Niveau $4^{\text{ème}}$

<table>
<tr><th>Titres</th><th>Définitions
Vocabulaire</th><th>Démonstrations</th><th>Les situations types,
Les «incontournables »</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1.1 Utilisation de la proportionnalité</td><td colspan="3">- Déterminer une quatrième proportionnelle.
- Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d’un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus.</td></tr>
<tr><td>▪ Tableau de proportionnalité</td><td>▪ $4^{\text{ème}}$ proportionnelle</td><td>▪ Contre-exemples (non proportionnalité)</td></tr>
<tr><td colspan="3">- Utiliser dans le plan muni d’un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l’alignement de points avec l’origine.</td></tr>
<tr><td></td><td>▪ L’alignement des points avec l’origine implique la proportionnalité entre les abscisses et les ordonnées (Thalès)
(Réciproque admise)</td><td>▪ Dans le plan muni d’un repère d’origine O, soit M(a, b) et M’(a’, b’) deux points alignés avec O. Si a’ = 2a, alors b’ = 2b (théorème relatif aux milieux de deux côtés d’un triangle).</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.2. Traitement des données</td><td colspan="3">- Calculer la moyenne d’une série de données.</td></tr>
<tr><td>▪ Moyenne arithmétique (pondérée) d’une série de valeurs .</td><td></td><td>▪ Encadrement de la moyenne par les valeurs extrêmes
▪ Relation entre la fréquence et la pondération</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="5">2.1. Calcul numérique</td><td colspan="3">- Calculer le produit de nombres relatifs simples.</td></tr>
<tr><td></td><td>▪ L’opposé d’une somme est la somme des opposés
▪ L’opposé d’une différence est la différence des opposés
Démonstration à partir de
-1xa=opp(a)r</td><td>▪ Pour tout nombre a, $\begin{cases} 0 \times a = 0 \\ 1 \times a = a \\ (-a)^2 = a^2 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">- Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).</td></tr>
<tr><td colspan="3">- Connaître et utiliser l’égalité $b \times \frac{a}{b} = a$</td></tr>
<tr><td></td><td>▪ égalités et quotients
Soit a, b, c et d quatre nombres non nuls :
Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors ad = bc
▪ Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et si $\begin{cases} b + d \neq 0 \\ b - c \neq 0 \end{cases}$ alors
$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$
▪ Conséquences :
$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$ et $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
▪ Expressions liant t , d et v à partir de la formule $v = \frac{d}{t}$</td><td>▪ Calculs de vitesses
Soit a, b, c trois nombres non nuls.
Les égalités suivantes sont équivalentes :
$\begin{cases} c = \frac{a}{b} \\ a = bc \\ b = \frac{a}{c} \end{cases}$</td></tr>
</table>

	Multiplier ou diviser deux nombres écrits sous forme fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres décimaux relatifs.		
	▪ Définition de l'inverse d'un nombre	▪ L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ (par définition de $\frac{a}{b}$) ▪ Quotient de deux fractions (idem)	▪ Connaissance d'inverses tel que ▪ 4 et 0,25 , 5 et 0,2 … ▪ Zéro n'a pas d'inverse ▪ Un nombre a toujours le même signe que son inverse. ▪ « La moitié de la moitié est le quart » et « le tiers de la moitié est le sixième » *(lien entre les formulations usuelles avec les méthodes de calculs fractionnaires ▪ diviser par un n ombre non nul revient à multiplier par son inverse
	- Calculer la somme de nombres relatifs en écriture fractionnaire.		
		▪ Soit a, b et c trois nombres donnés (b ≠ 0). Démonstration à partir de la définition d'un quotient de : $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ ▪ Soit a, b, c et d quatre nombres donnés avec b ≠ 0 et d ≠ 0. Démonstration de: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$	▪ Calcul mental : ▪ Décomposition de fractions à partir de la division euclidienne. ▪ Utilisation dans le repérage d'un rationnel sur une droite graduée. Ex : $\frac{17}{3}=5+\frac{2}{3}$ ▪ « x moins un quart de x est égal à trois quart de x » …

<table>
<tr><td rowspan="6"></td><td colspan="3">- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs.
- Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.</td></tr>
<tr><td></td><td>▪ Parenthèses précédées d’un signe moins
(Généralisation de l’opposé d’une somme ou d’une différence).</td><td>▪ Calcul mental :
Regroupement des termes d’une somme algébrique
▪ $a \times a = a^2$ et $a + a = 2a$ etc ...</td></tr>
<tr><td colspan="3">- Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que :
$a^3 \times a^2 = a^5$; $(ab)^2 = a^2 \times b^2$ .... ; où a et b sont des nombres relatifs non nuls.
- Utiliser sur des exemples numériques les égalités : $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$; $1/10^n = 10^{-n}$; $\left(10^m\right)^n = 10^{n\times m}$ où m et n sont des entiers relatifs.</td></tr>
<tr><td>▪ Notation d’une puissance</td><td>▪ Produit d’une puissance de 10 et de son inverse
▪ Justifier la convention $a^0 = 1$ avec
$a^n \text{ x } a^{-n} = a^{n-n}$</td><td>▪ multiplication par une puissance de 10.
▪ Calcul mental : Diviser par 0,1 ; 0,2</td></tr>
<tr><td colspan="3">- Sur des exemples numériques, écrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.
- Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d’un calcul.</td></tr>
<tr><td>▪ Notation scientifique</td><td>▪ Critère de divisibilité par 9</td><td>▪ Retrouver le principe de la preuve dite « par neuf »</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">- Calculer la valeur d’une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.</td></tr>
</table>

		▪ divisibilité par 4 ou 25	
	- Réduire une expression littérale à une variable, du type : $3x-(4x-2), 2x^2-3x+x^2$.		
	▪ Vocabulaire : Réduire, développer Ordonner suivant les puissances de variable		▪ Généralisation de a(b+c)= ab+ac (vue avec aires de rectangles) au cas de tout type de nombres
2.2. Calcul littéral	- Développer une expression de la forme (*a* + *b*) (*c* + *d*).		
		démonstration de la formule	
	- Comparer deux nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire, en particulier connaître et utiliser : • l'équivalence entre *a / b = c / d* *et ad = bc* (*b* et *d* étant non nuls) ; • l'équivalence entre *a* ≤ *b* et *a* - *b* ≤ 0 ; • l'équivalence entre *a* ≥ *b* et *a* - *b* ≥ 0. - Utiliser le fait que des nombres relatifs de l'une des deux formes suivantes sont rangés dans le même ordre que *a* et *b* : *a* + *c* et *b* + *c* ; *a* - *c* et *b* - *c* - Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme *ac* et *bc* sont dans le même ordre que *a* et *b* si *c* est strictement positif, dans l'ordre inverse si *c* est strictement négatif. - Ecrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient).		

<table>
<tr>
<td rowspan="3"></td>
<td></td>
<td>▪ $a + c$ et $b + c$; $a - c$ et $b - c$ sont rangés dans le même ordre que a et b.
▪ si c est strictement positif, ac et bc sont rangés dans le même ordre que a et b.
▪ Si c est strictement négatif, ac et bc sont rangés dans l'ordre inverse de a et b.</td>
<td>Soit a, b et c trois nombres donnés.
▪ Si $a = b$, alors $a + c = b + c$
Si $a = b$, alors $a - c = b - c$
▪ Application au calcul mental :
273 – 89=274 – 90=284 – 100
▪ en dégager des démonstrations en littéral</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">- Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.</td>
</tr>
<tr>
<td>▪ Connaître les propriétés de l'égalité notamment la symétrie et la transitivité qui sont utilisées dans la résolution d'équations</td>
<td></td>
<td>▪ Résolution d'équations (Calcul mental)
$a + x = b$,$ax = b$,$\frac{x}{a} = b$ ...</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">3.1 Figures planes</td>
<td colspan="3">- Connaître et utiliser les théorèmes suivants relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle :
Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième côté.
Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième côté en son milieu.
Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>▪ Démonstration des 3 propriétés relatives aux milieux des deux côtés d'un triangle</td>
<td>▪ Partage d'un triangle quelconque en quatre triangles « isométriques ».
▪ Les médianes d'un triangle sont</td>
</tr>
</table>

			concourantes en un point situé aux $\frac{2}{3}$ de chaque médiane à partir du sommet
	- Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes : Dans un triangle ABC, où M est un point du côté [AB] et N un point du côté [AC], si (MN) est parallèle à (BC), alors BC/MN=AC/AN=AB/AM		
		▪ Démonstration par les aires.	▪ Cas particulier : la « droite des milieux »
	- Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque. - Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres. En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche d'une calculatrice.		
		▪ Théorème de Pythagore (par les aires, par le calcul littéral)	▪ Le plus grand côté dans un triangle rectangle est l'hypoténuse ▪ le fil à 12 nœuds (3 ; 4 ; 5)
	- Utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des côtés adjacents. - Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée : - du cosinus d'un angle aigu donné ; - de l'angle aigu dont le cosinus est donné.		
	▪ Définition du cosinus	▪ Indépendance des longueurs des côtés de l'angle aigu pour le calcul du cosinus d'un angle aigu	▪ Démontrer que le cosinus d'un angle aigu est toujours inférieur ou égal à 1
	- Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle. - Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.		

		▪ Démonstration des 2 propriétés	▪ « Si un triangle est rectangle alors la médiane issue de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse » et réciproquement ▪ Permet de montrer aux élèves plusieurs formulations d'un même théorème ▪ Notion de points cocycliques dans le cas de deux triangles ayant une hypoténuse commune.
	- Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.		
	▪ distance d'un point à une droite	▪ Démonstration par inégalité triangulaire	▪ Trouver tous les points du plan qui sont à égale distance donnée d'une droite donnée ▪ Dans un triangle rectangle, L'hypoténuse est le plus grand côté
	- Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points. . (Utilisation de la propriété de la médiane*)		
	▪ Définition de la tangente en un point à un cercle	▪ La tangente en un point d'un cercle est perpendiculaire au rayon en ce point	▪ Construction des tangentes à un cercle en un point extérieur au cercle.
	- Caractériser les points de la bissectrice d'un angle donné par la propriété d'équidistance aux deux côtés de l'angle. - Construire le cercle inscrit dans un triangle.		
	▪ Définition d'une bissectrice	▪ Dans un triangle, les trois bissectrices sont concourantes » ▪ Existence d'un cercle inscrit	▪ Le point d'intersection des bissectrices d'un triangle est à l'intérieur de ce triangle

		dans le triangle.	
3.2 Configurations dans l'espace	- Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.		
	▪ Définition pyramide	▪ La proportionnalité entre angle et longueur d'un arc	▪ Patron d'un cône
3.3 Agrandissement et réduction	Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir.		
	▪ Agrandissement ($k > 1$) et réduction ($0 < k < 1$)		
4.1 Aires et volumes	- Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule		
	▪ cône de révolution	▪ Démonstration dans un cas « simple »	▪ construction de 3 pyramides à base carrée s'assemblant pour former un cube
4.2 Grandeurs quotients	- Calculer des distances parcourues, des vitesses moyennes et des durées de parcours en utilisant l'égalité $d = vt$. - Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).		
	▪ Vitesse moyenne définie comme quotient de la distance par la durée	▪ A partir de la définition de la vitesse moyenne, établir les formules de distance et de durée ▪ la moyenne arithmétique de deux vitesses n'est pas égale à la vitesse moyenne sur le parcours total.	▪ Détermination graphique d'un point de rencontre de deux mobiles (heure et point kilométrique)