Olympiades académiques de mathématiques 2002
Éléments de solution

Ces " éléments de solution " ne constituent pas une référence de ce qu'auraient pu ou dû faire les candidats, car chaque copie est lue pour elle-même et non en fonction d'une " solution ". Ils ne donnent pas de " réponse ". La cellule académique de correction n'est aucunement engagée par ce qui suit.

Exercice 1

Voici une façon de faire utilisant beaucoup de " variables " et d'équations. On note v la vitesse (constante) de la colonne de fourmis, V la vitesse (constante, même lorsqu'elle se retourne instantanément...) de la fourmi ravitailleuse, d_1 la distance qu'elle parcourt à l'aller, d_2 la distance qu'elle parcourt au retour, t_1 et t_2 les durées des trajets aller et retour respectivement. Les durées s'ajoutent, les distances s'ajoutent ; les vitesses sont, à durée constante, proportionnelles aux distances et, à distance constante, inversement proportionnelles aux durées. Les égalités : $d_1 = V.t_1$; $V.t_1 = v.t_1 + 50$; $d_2 = V.t_2$; $V.t_2 = 50 - v.t_2$; $v. (t_1 + t_2) = 50$ permettent d'écrire une relation où n'interviennent que V et v. Cette relation, " homogène ", permet l'utilisation de l'inconnue X=V/v, et on aboutit à une équation du second degré.

Dans la copie remise par un candidat, on peut lire : " les problèmes de fourmis ne m'intéressent pas ".

Exercice 2

Le périmètre du triangle CFE se trouve être le demi-périmètre du carré. La figure ci-dessous indique comment on peut tenir compte, par une symétrie adaptée, de cette particularité.

Dans cette figure Geoplan, les points E et F sont mobiles sur les côtés du carré. Pour utiliser cette faculté, vous devrez installer les contrôles ActiveX de Geoplan.

Exercice 3

La première question demande un exemple, et attire l'attention sur la moyenne.
La seconde utilise la notion de moyenne : dans une distribution statistique, il ne se peut pas que toutes les occurrences soient inférieures à la moyenne.
Il n'y a pas lieu de faire une théorie sur la façon dont on conçoit cet exemple . On découvre cependant, chemin faisant, qu'il est impossible que deux voisins réalisent le même gain, attendu que $a+b+c=b+c+d$ entraîne $a=d$, ce qui ne se peut pas.
Si on veut que tous les gains soient inférieurs ou égaux à 17, comme 4´17+6´16 = 164 et que le total des dix gains est 165, cinq au moins des gains sont égaux à 17. Deux voisins ne sauraient avoir des gains égaux, donc cinq gains exactement sont égaux à 17 et les cinq autres à 16 (165 – 5´17 = 5´16). Reste à voir comment on peut interpréter les égalités $a+b+c=17$, $b+c+d=16$, $c+d+e=17$, $d+e+f=16$.

Exercice 4

Les premières questions se résolvent pas des considérations d'encombrement : une pièce formée de 10 carrés " unité " accolés comme il est dit " tient " dans un rectangle de demi-périmètre 10. On peut faire tenir quatre tels rectangles dans le carré. On pourrait faire mieux, apparemment, en imbriquant les pièces. Est-ce possible pour toutes les pièces ? Essayer avec la " croix " stable par symétrie centrale.