EXERCICE 1

Les faces d'un dé en forme de tétraèdre régulier sont numérotées de 1 à 4.
Le dé est posé sur une table, face « 1 » contre cette table.
Une étape consiste à faire basculer le dé autour de l'une quelconque des arêtes de sa base.
A l'issue de chaque étape, on note le numéro de la face contre la table. On fait la somme s de tous ces nombres après 2001 étapes, en comptant aussi le « 1 » initial.

1) Donner la valeur maximale et la valeur minimale que l'on peut ainsi obtenir pour s.

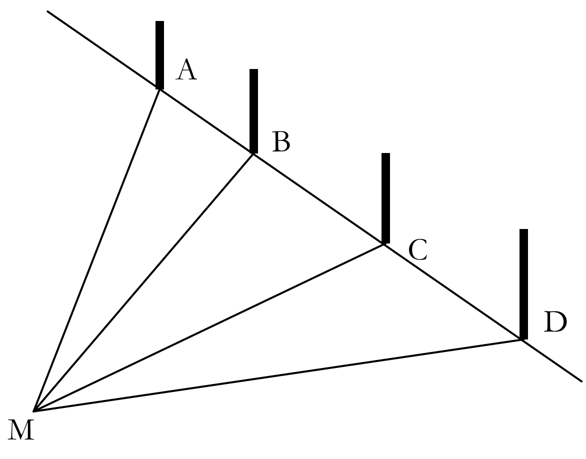
2) La somme s peut-elle prendre toutes les valeurs entières entre ces deux valeurs ?

EXERCICE 2

Sur un terrain de jeu sont alignés quatre poteaux, plantés en A, B, C et D dans cet ordre.

Ces poteaux déterminent trois buts de largeurs : AB = 1, BC = 2, CD = d, où d est une longueur donnée.

Déterminer l'ensemble des points M du terrain d'où l'on voit les trois buts sous des angles $\widehat{AMB}$, $\widehat{BMC}$ et $\widehat{CMD}$ égaux.



EXERCICE 3

Dans cet exercice, n désigne un entier naturel non nul.

1. Démontrer que l'équation $x^n + x^2 + x - 1 = 0$ admet une solution positive, que l'on notera u_n.

2. Montrer que, pour tout n élément de IN*, on a : $0 \leq u_n \leq a$, où a est la solution positive de l'équation $x^2 + x - 1 = 0$.

3. Montrer que, pour tout n élément de IN*, on a : $(u_n)^n + (u_n - a)(u_n + \frac{1}{a}) = 0.$

4. Montrer que la suite (u_n) converge et préciser sa limite.

5. Montrer que la suite (u_n) est croissante.

EXERCICE 4

Dessinez un cube **C** (un dessin même approximatif en perspective suffira).
Soit A un des sommets et B le sommet opposé, c'est-à-dire tel que le milieu du segment [AB] soit le centre du cube.
Considérons un autre cube **C'** admettant aussi (A , B) comme couple de sommets opposés.
Certaines arêtes de **C** rencontrent des arêtes de **C'**. Justifiez le fait que, en dehors de A et B, on obtient ainsi six points d'intersection entre une arête de **C** et une arête de **C'**.
Placez l'un d'eux sur le dessin et expliquer comment placer alors les cinq autres.
V étant le volume de **C**, quelle est la valeur minimale du volume de la portion d'espace commune aux cubes **C** et **C'**?

ACADÉMIE DE VERSAILLES

OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES

SESSION DE 2001

CLASSE DE PREMIÈRE

DURÉE : 4 heures

Les quatre exercices sont indépendants.

Les calculatrices sont autorisées.