Ce qui est écrit à droite est vrai	Ce qui est écrit à gauche est faux

Toute affirmation mathématique doit pouvoir être lue comme expression d’une vérité générale.

Les autres sciences proposent des modèles issus de l’expérience, pas des vérités générales.

La langue ordinaire est rétive à la discipline mathématique…

…et réciproquement

Comment fabriquer des phrases mathématiques

1. Principes, contraintes, paradoxes et interdits

Pas d'autoréférence

Epiménide le Crétois (vers 600 av. JC) : « Les Crétois mentent toujours ».

Eubulide de Milet (vers 350 av. JC) simplifie en affirmant : « Je mens ».

Ni d'autoréférence cachée

Nouvelles du jour

Quotidien gratuit d'information

Lundi 19 octobre 2015

TOUS MOBILISES POUR LES J.O. 2024

Aqspne bepr in ffthl ioonnn. Etier niiirpp rt uyu infreni in enttr nrti tren. Aprnei onrne cbdg grnvi entrion-snerfk bk

54% DES STATISTIQUES SONT FAUSSES !

Un récent sondage auprès des instituts de sondage et des officines spécialisées dans les enquêtes d'opinion semble confirmer ce que « tout le monde savait », des ministères à l'INSEE…

D'après une chronique d'Hervé LE BRAS dans « *La Recherche* » n°359 décembre 2002

Définir précisément les objets

Dans mon village, il y a un barbier qui rase tous les habitants qui ne se rasent pas eux-mêmes. Qui rase le barbier?

Certains catalogues présentent des catalogues. Soit ils se présentent, soit ne se présentent pas. Y a t-il un catalogue des catalogues qui ne se présentent pas?

Se méfier de la langue

Supposons que chaque entier puisse être décrit par au moins une expression rédigée en français. Les expressions utilisées sont plus ou moins longues. Certains nombres ne peuvent pas être définis par une phrase de moins de quinze mots, et le plus petit d'entre eux est : « Le plus petit entier ne pouvant être défini en moins de quinze mots »

Paradoxe de Berry, présenté par B. Russel, inspiré du paradoxe de Jules Richard (1905)

Cela peut mal finir…

« La simplicité très abstraite des idées exposées dans cette œuvre tient le langage en échec : celui-ci peut représenter plus facilement des idées complexes. La proposition « une baleine est grosse » donne à voir le langage dans ce qu'il fait de mieux, donnant une expression concise à un fait compliqué : alors que l'analyse véritable de « un est un nombre » conduit, dans le langage, à une prolixité intolérable. »

B. Russel & A. Whitehead

« *Principia Mathematica* »

Comment fabriquer
des phrases mathématiques

2. Comment passer d'une phrase à une autre ?

Le syllogisme

La majeure :	La mineure :
Tout A est B	C est A
La conclusion : C est B	

Remarque : Malgré son caractère en apparence « descendant », *le syllogisme s'utilise en pensant à des théorèmes dont la conclusion est celle qu'on cherche*.

La synonymie

La transitivité de l'égalité, pour les objets mathématiques

(Si A = B

Et si B = C

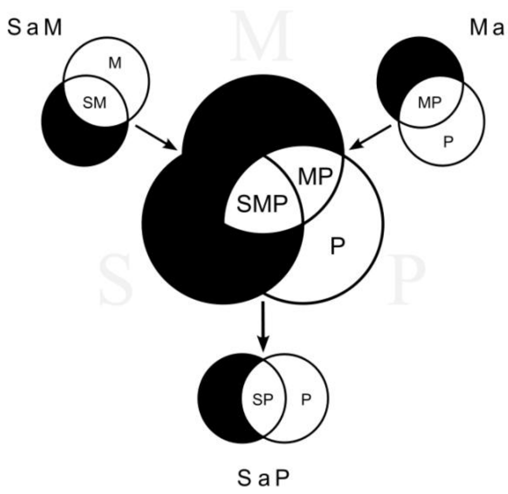
Alors A = C)

s'étend aux phrases.

Trois des 24 modes concluants

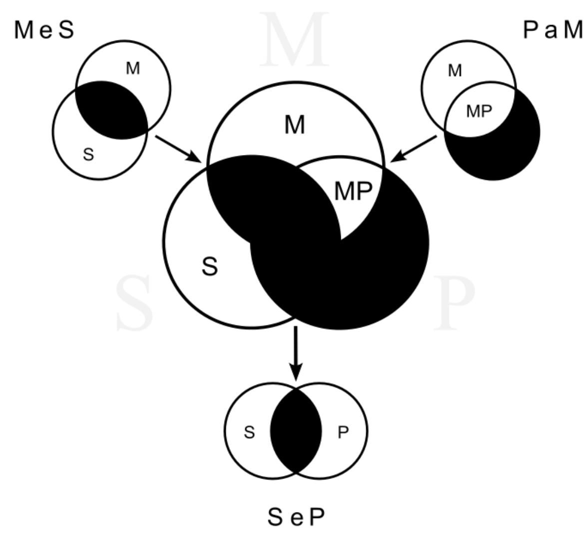
AAA-1 Modus Barbara

$\overline{\exists x: Mx \wedge \overline{Px}}$	M a P	All M are P,
$\wedge\ \overline{\exists x: Sx \wedge \overline{Mx}}$	S a M	and all S are M;
$\Rightarrow \overline{\exists x: Sx \wedge \overline{Px}}$	S a P	thus all S are P.



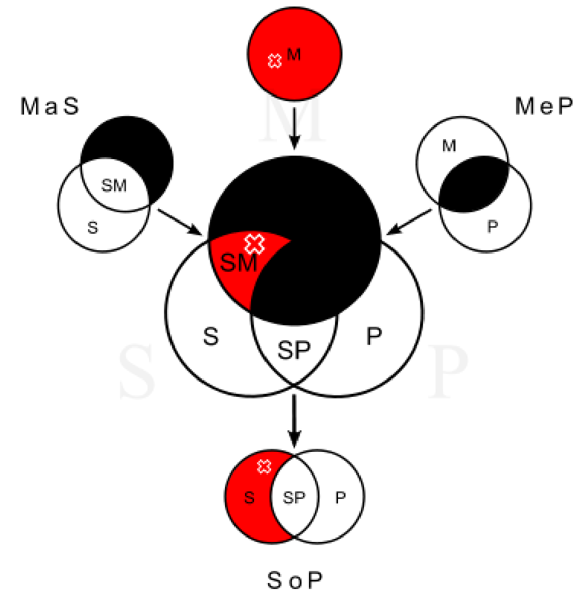
AEE-4 Modus Calemes

$\overline{\exists x: Px \wedge \overline{Mx}}$	P a M	All P are M,
$\wedge\ \overline{\exists x: Mx \wedge Sx}$	M e S	and no M is S;
$\Rightarrow \overline{\exists x: Sx \wedge Px}$	S e P	thus no S is P.



EAO-3 Modus Felapton

$\overline{\exists x: Mx \wedge Px}$	M e P	No M is P,
$\wedge\ \overline{\exists x: Mx \wedge \overline{Sx}}$	M a S	and all M are S,
$\wedge\ \exists x: Mx$		and some M exist;
$\Rightarrow \exists x: Sx \wedge \overline{Px}$	S o P	thus some S are not P.



Molière, Le Bourgeois gentilhomme*, Acte II, scène IV.*

…

MONSIEUR JOURDAIN. — Qu’est-ce que c’est que cette logique ?

MAÎTRE DE PHILOSOPHIE. — C’est elle qui enseigne les trois opérations de l’esprit.

MONSIEUR JOURDAIN. — Qui sont-elles, ces trois opérations de l’esprit ?

MAÎTRE DE PHILOSOPHIE. — La première, la seconde et la troisième. La première est de bien concevoir par le moyen des universaux. La seconde est de bien juger par le moyen des catégories et la troisième de bien tirer une conséquence par le moyen des figures *Barbara, Celarent, Darii, Ferio, Baralipton*, etc.

MONSIEUR JOURDAIN. — Voilà des mots qui sont trop rébarbatifs. Cette logique-là ne me revient point.

…

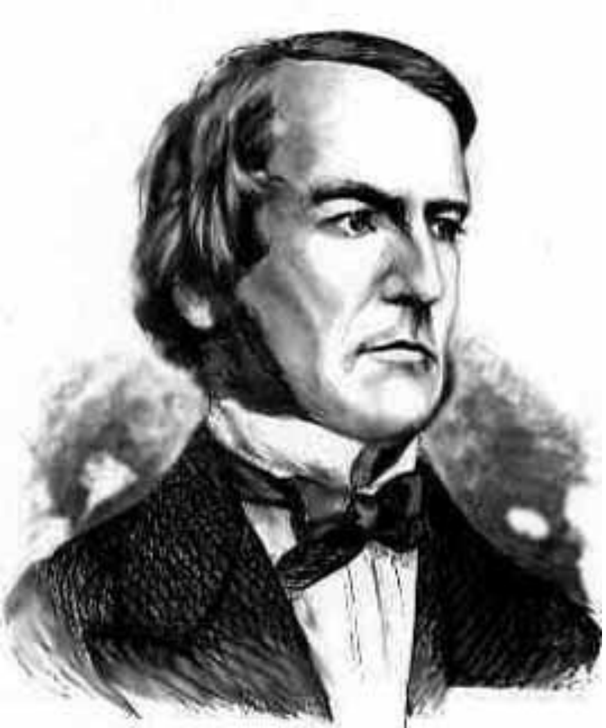
La vérité des prémisses ET la correction de la construction sont nécessaires (Paradoxe du fromage à trous)

Ces longues chaînes de raisons, toutes simples et faciles dont les géomètres ont coutume de se servir pour parvenir à leurs plus difficiles démonstrations, m'avaient donné occasion de m'imaginer que toutes les choses qui peuvent tomber sous la connaissance des hommes s'entresuivent de la même façon, et que, pourvu seulement qu'on s'abstienne d'en recevoir aucune pour vraie qui ne le soit, et qu'on garde toujours l'ordre qu'il faut pour les déduire les unes des autres, il n'y en peut avoir de si éloignées auxquelles enfin on ne parvienne, ni si cachées qu'on ne découvre.

René Descartes

Discours de la méthode

De la logique à l'informatique



George BOOLE

(1815 – 1864)

AN INVESTIGATION

OF

THE LAWS OF THOUGHT,

ON WHICH ARE FOUNDED

THE MATHEMATICAL THEORIES OF LOGIC AND PROBABILITIES.

BY

GEORGE BOOLE, LL.D.

PROFESSOR OF MATHEMATICS IN QUEEN'S COLLEGE, CORK

Proposition I.

All the operations of Language, as an instrument of reasoning, may be conducted by a system of signs composed of the following elements, viz.:

1st. *Literal symbols, as x, y, &c., representing things as subjects of our conceptions.*

2nd. *Signs of operation, as $+$, $-$, $\times$, standing for those operations of the mind by which the conceptions of things are combined or resolved so as to form new conceptions involving the same elements.*

3rd. *The sign of identity, $=$.*

And these symbols of Logic are in their use subject to definite laws, partly agreeing with and partly differing from the laws of the corresponding symbols in the science of Algebra.

Let it be assumed as a criterion of the true elements of rational discourse, that they should be susceptible of combination in the simplest forms and by the simplest laws, and thus combining should generate all other known and conceivable forms of language; and adopting this principle, let the following classification be considered.

Addition et multiplication booléennes

ET		
VRAI	VRAI	VRAI
VRAI	FAUX	FAUX
FAUX	VRAI	FAUX
FAUX	FAUX	FAUX

OU		
VRAI	VRAI	VRAI
VRAI	FAUX	VRAI
FAUX	VRAI	VRAI
FAUX	FAUX	FAUX

MULTIPLICATION		
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

ADDITION		
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Autres opérations à deux variables booléennes

XOR		
A	B	$A \oplus B$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

NAND		
A	B	$\overline{A}+\overline{B}$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

IMP		
A	B	A =>B
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

De Boole à Shannon

EXHIBITIONS

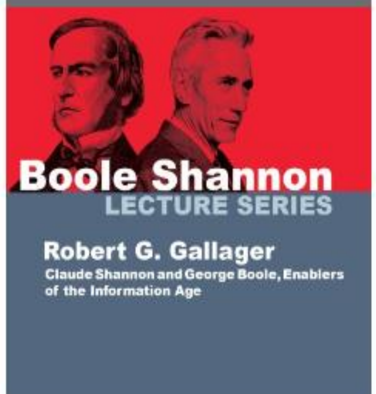
Boolean Expressions: Contemporary Art and Mathematical Data

The Glucksman Gallery - Univeristy Collge Cork, Ireland

Jul 30 - Nov 8, 2015

MORE INFO→

LECTURES



Boole Shannon Lecture Series / Robert Gallager

32-155 4pm

Oct 30, 2015

EVENT INFO→

EXHIBITIONS

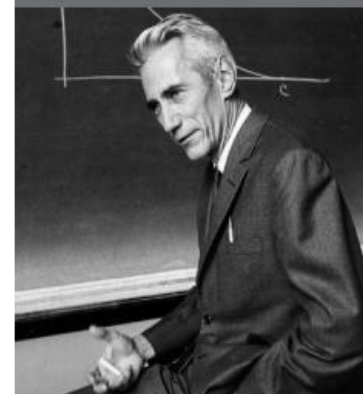
Boole / Shannon Exhibit

Museum of Science - Boston, MA

Apr 1-30, 2016

MORE INFO→

EXHIBITIONS



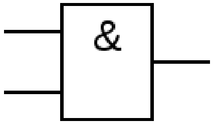
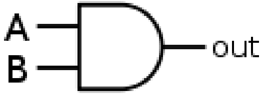
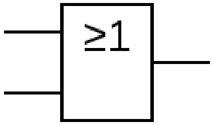
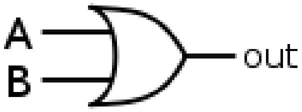
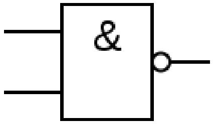
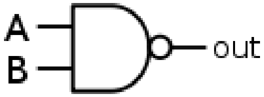
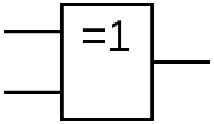
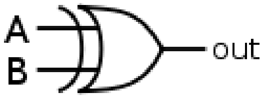
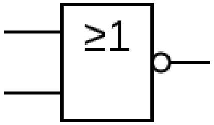
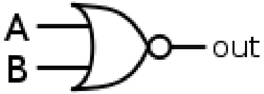
Claude Shannon Exhibit

MIT Museum - Cambridge, MA

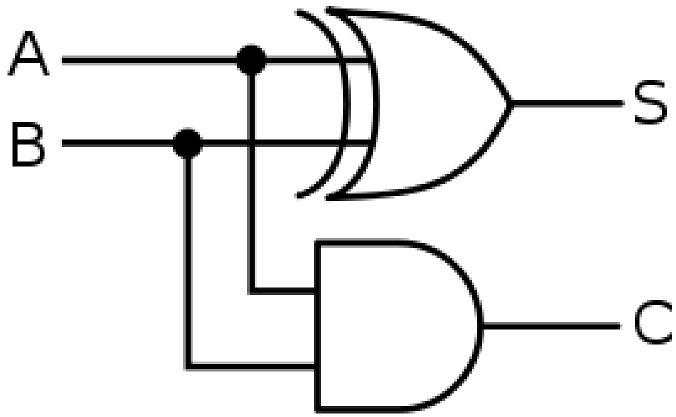
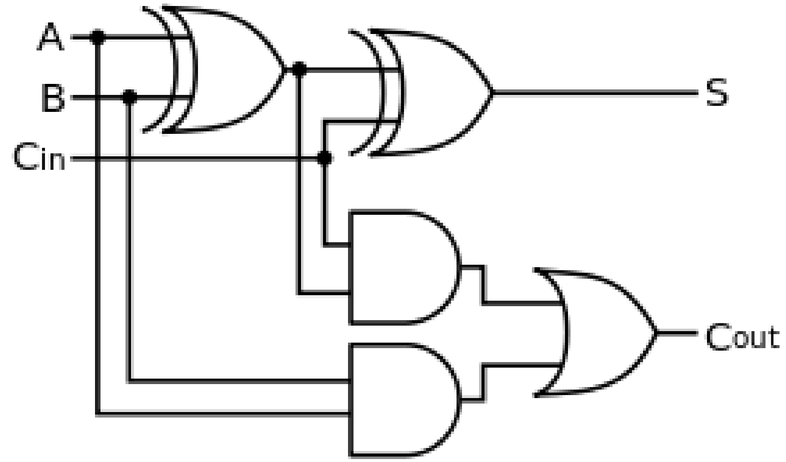
Jun 1 - Jul 31, 2016

MORE INFO→

Les portes logiques

NOM	EXPRESSION	SYMBOLE	SYMBOLE
ET	$A.B$		
OU	$A+B$		
NAND	$\overline{A.B}$		
XOR	$A \oplus B$		
NOR	$\overline{A+B}$		

Deux portes : un additionneur

	
Un demi-additionneur binaire, capable de calculer 0+0, 0+1, 1+0 et 1+1	Un additionneur binaire, capable d'injecter dans le calcul de gauche la retenue du calcul précédent