DES PISTES POUR LA PRISE DE PAROLE EN COURS DE MATHÉMATIQUES

L. Agostino [1 3], L. Doucet [1], B. Durand [1], D. Zvonkine [2]

[1] *Laboratoire de Mathématiques de Trappes*

[2] *Laboratoire de Mathématiques de Versailles, UVSQ, CNRS.*

[3] *Espe d'Evry, UEVE.*

Introduction

Cet article a été réalisé à partir des travaux du Laboratoire de Mathématiques de Trappes lors de l'année scolaire 2018/2019. Nous avons travaillé autour du thème de l'oral en Mathématiques tel qu'il est préconisé par la réforme du Lycée et sur la place que cette compétence prend dans le cadre du nouveau format du Baccalauréat. Après avoir recensé tout ce qui existe et qui est expérimenté dans les établissements de la ville de Trappes, nous avons conçu des activités autour d'énigmes mathématiques et en avons expérimenté une en classe de cinquième au collège Youri Gagarine.
L'article est organisé en trois chapitres. Dans le premier, nous proposons les énoncés des activités sous forme de fiches-élèves adaptables à plusieurs niveaux (de la 5ème à la 1ère). Dans le deuxième, nous analysons différentes modalités et pratiques pédagogiques pour travailler l'oralité en mathématiques. Le dernier chapitre est le résumé d'observations d'une séance d'expérimentation de l'activité de l'Échiquier en classe de cinquième et présente une transcription des productions orales des élèves ainsi qu'une analyse à posteriori.

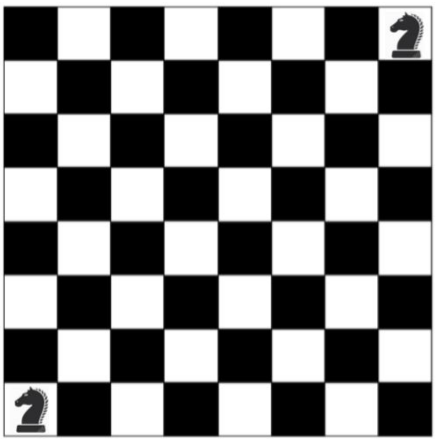
I. Sujets d'étude

Dans ce chapitre, nous présentons les énoncés de huit énigmes mathématiques qui nous ont paru adaptées au travail de prise de parole en cours de mathématiques. Les énigmes sont organisées en deux groupes : le premier regroupe quatre énoncés en lien avec la parité, le deuxième est centré sur la somme des n premiers entiers. Ainsi, le premier groupe s'adresse, de préférence, au niveau collège, le second à des classes de niveau lycée. Pour chaque énigme, nous proposons des pistes de réflexion et/ou d'activités avec les élèves ainsi que des éléments de réponse. En annexe, des fiches d'activités prêtes à l'usage (ainsi que des versions “professeur”) sont proposées.

1. Autour de la parité

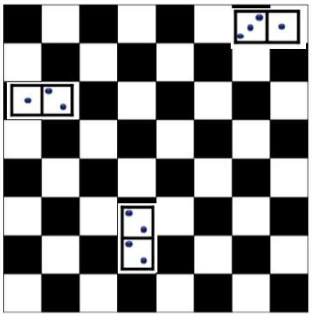
a. Échiquier et dominos.

Énigme : Est-il possible de recouvrir un échiquier privé de deux cases situées à deux angles opposés avec des dominos que l'on place sur des cases adjacentes horizontalement ou verticalement ?

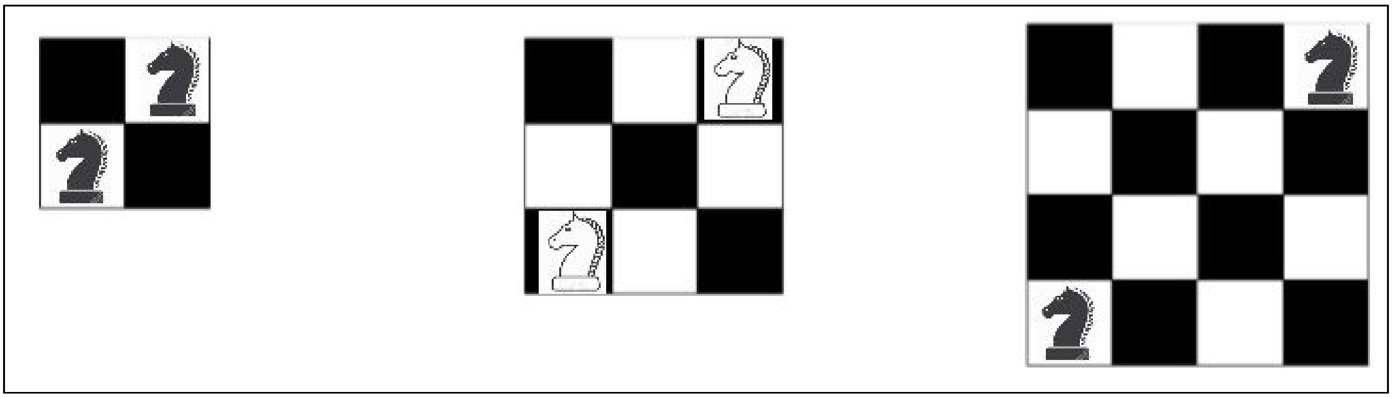


Exemples:

1) On peut recouvrir l'échiquier entièrement si on le garde complet: il suffit de placer 4 dominos sur chaque ligne.



2) On peut essayer avec des échiquiers plus petits pour se rendre compte de ce qui se passe:



Impossible
(2 cases en diagonales)

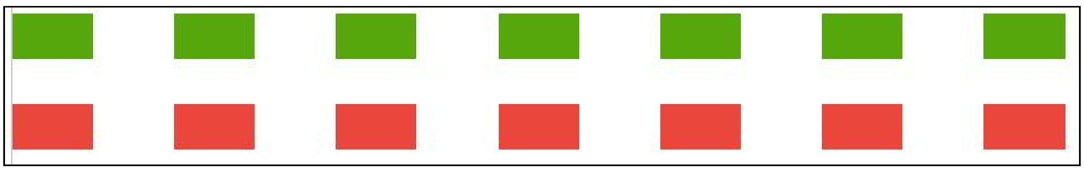
Impossible
(un nombre impair de cases)

Impossible
Il reste 8 cases noires et 6 cases blanches

Éléments de réponse: Un tel recouvrement est impossible. En effet, chaque domino recouvre une case blanche et une case noire. Lorsque les deux angles opposés, qui sont des cases blanches, sont supprimés il reste 32 cases noires et 30 cases blanches, il est donc impossible de les recouvrir avec des dominos.

b. Et si on passait au vert!

Énigme :
Au départ on a 14 jetons : 7 jetons rouges et 7 jetons verts comme ci-dessous.

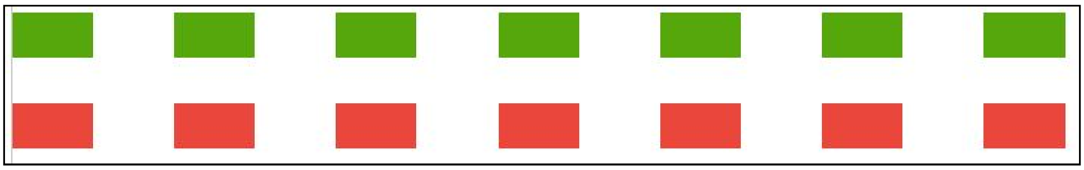


On glisse les jetons par deux dans une machine :
→ si l'on glisse deux jetons de même couleur la machine nous en rend un vert ;

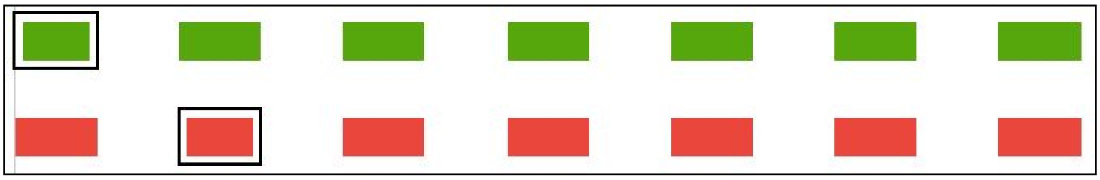
→ si l’on glisse deux jetons de couleurs différentes la machine nous en rend un rouge.

Est-il possible que le dernier jeton qui nous reste soit vert ?

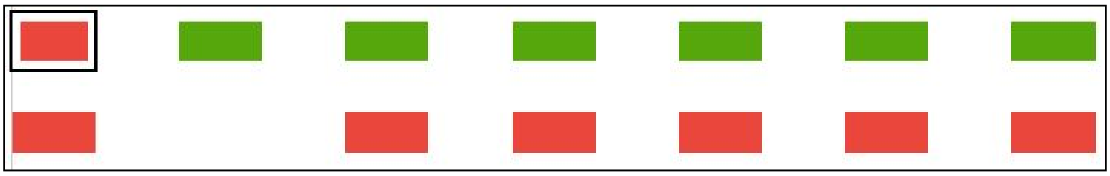
Exemple:
Au départ on a :



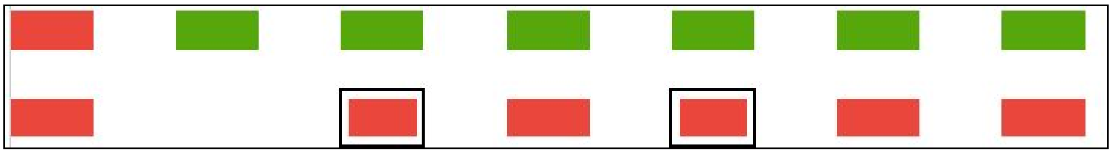
Si l’on met dans la machine les deux jetons encadrés de couleurs différentes :



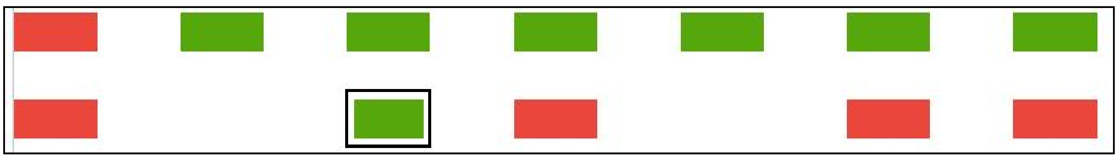
On obtient un jeton rouge, et il ne nous reste plus que 13 jetons :



Si l’on met maintenant dans la machine les deux jetons encadrés de même couleur :



On obtient un jeton vert, et il reste 12 jetons :



Éléments de réponse:
Il y a un nombre impair de jetons rouges,

→ lorsque l'on regroupe deux jetons verts ou deux jetons rouges, on obtient un jeton vert, et il reste donc un nombre impair de jetons rouges.

→ Si l’on regroupe un jeton rouge et un jeton vert, on obtient un jeton rouge. Il reste donc toujours un nombre impair de jetons rouges.

On ne pourra donc pas y avoir zéro jeton rouge ! Il est donc impossible que le dernier jeton restant soit vert.

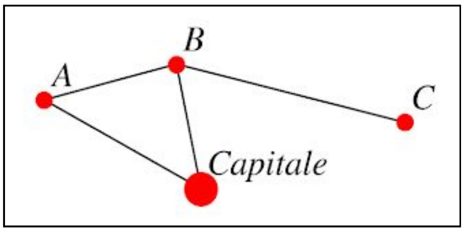
Matériel :
Il serait nécessaire de créer des jetons verts et rouges, de préférence plastifiés, pour que les élèves puissent essayer.

c. Capitales

Énigme:
Dans un pays chaque ville possède un aéroport. De chaque aéroport partent 4 liaisons aériennes, sauf de la capitale dont il en part 7 et de la Petite Ville dont il ne part qu'une seule liaison aérienne. Montrer qu'on peut aller de la capitale à la Petite Ville en avion, éventuellement avec des correspondances.

Questions préliminaires:

Question 1:
Dans un petit pays, se trouvent une capitale et trois villes possédant un aéroport : A, B et C.
On a schématisé ci-dessous les liaisons aériennes entre ces différents aéroports :

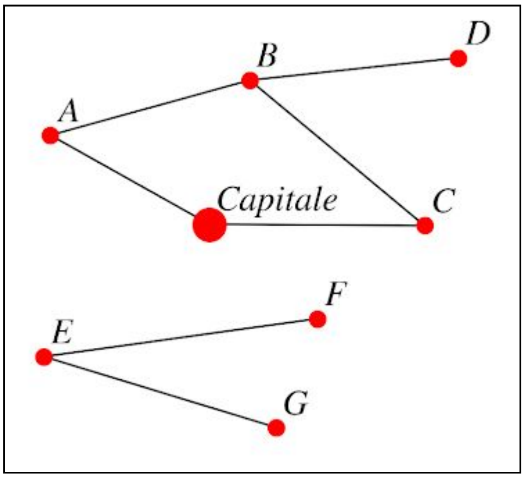


a) Est-il possible de rejoindre la ville C en partant de la capitale grâce aux lignes aériennes ? Si oui dessiner le chemin emprunté.
b) Combien de lignes aériennes partent de la Capitale ? De la ville A ? De la ville B ? Et de la ville C ?

Compléter le tableau ci-dessous:

Villes:	Capitale	A	B	C
Nombres de liaisons aériennes:				

Question 2:
Dans un pays un peu plus grand, il y a la capitale et sept villes. On a schématisé les liaisons aériennes :



a) Est-il possible de relier la capitale à la ville D grâce aux liaisons aériennes ?
Si oui, dessiner le chemin emprunté.
b) Est-il possible de relier la capitale à la ville G grâce aux liaisons aériennes ?
Si oui, dessiner le chemin emprunté.
c) Combien de lignes aériennes partent de chaque ville ?
Compléter le tableau suivant:

Villes	Cap	A	B	C	D	E	F	G
Nombres de liaisons aériennes:								

Question 3 :
Cette fois-ci, vous ne disposez pas du schéma mais seulement du nombre de liaisons :

Villes	Cap	A	B	C	D	E	F
Nombres de liaisons aériennes:	3	2	2	2	2	2	1

a) Faire un schéma, en respectant le tableau précédent, où l'on peut aller de la capitale à la ville A.
b) Faire un schéma, en respectant le tableau précédent, où l'on ne peut pas aller de la capitale à la ville A.

Question 4:
De nouveau, vous ne disposez pas de schéma, mais seulement du nombre de liaisons :

Villes	Cap	A	B	C	D	E	F
Nombres de liaisons aériennes:	4	2	2	2	2	2	1

Faire un schéma, en respectant le tableau précédent.

Question 5:

Encore une fois vous ne disposez que du tableau suivant :

Villes	Cap	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombres de liaisons aériennes:	5	2	2	2	2	2	2	2	1

a) Faire un schéma, en respectant le tableau précédent, où l'on peut relier la capitale et la ville H.

b) Faire un schéma, en respectant le tableau précédent, où l'on ne peut pas relier la capitale et la ville H.

<u>Question 6:</u>

Cette fois-ci vous savez seulement qu'il y a des villes possédant des liaisons aériennes. Par ailleurs, chaque ville possède un nombre pair de liaisons aériennes, à l'exception de deux villes qui en possèdent un nombre impair.

Expliquez pourquoi ces deux villes avec un nombre impair de liaisons aériennes sont forcément reliées.

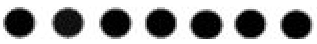
<u>Éléments de réponse:</u>

Chaque liaison entre deux villes est composée de deux demi-liaisons, il faut donc au total un nombre pair de demi-liaisons pour construire un schéma de liaisons. Si les deux villes avec un nombre impair de liaisons n'étaient pas reliées entre elles, chacune ferait partie d'un schéma de liaisons fermé qui contiendrait alors un nombre impair de demi-liaisons, ce qui est impossible.

d. Toute une histoire de jetons

Énigme:

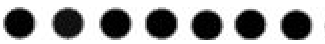
7 jetons ont un côté noir et l'autre côté blanc.
Au départ, tous les jetons sont placés en sorte que seule la face noire soit visible :



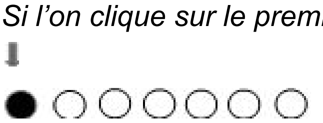
Quand on appuie sur un jeton, les 6 autres jetons (à l'exception de celui sur lequel on appuie) se retournent. Le but du jeu est de réussir à avoir tous les jetons placés face blanche visible.
Est-ce possible ?

Exemple:

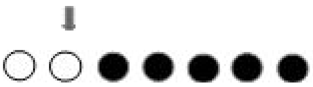
Au départ, on a cette ligne de jetons :



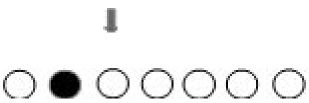
Si l'on clique sur le premier jeton, tous les suivants se retournent et deviennent blancs.



Si ensuite on clique sur le deuxième, tous les suivants se retournent et deviennent noirs, tandis que le premier redevient blanc.



Si ensuite on clique de nouveau sur le premier, les autres changent de nouveau de couleur :



et ainsi de suite.

Éléments de réponse:
Considérons les jetons retournés à une étape donnée. Soit *n* le nombre de jetons noirs et *b* le nombre de jetons blancs. On a $n+b$ = 6, ce qui implique que *n* et *b* ont la même parité. Après retournement il y a *n* jetons blancs et *b* jetons noirs, donc le nombre de jetons noirs garde la même parité. Comme au départ il y a 7 jetons noirs, le nombre de jetons noirs restera impair.

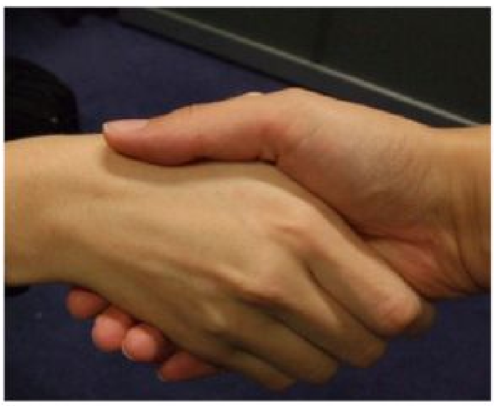
On ne pourra donc pas rester avec 0 jetons noirs.

Matériel:
Des jetons d'Othello peuvent permettre aux élèves de manipuler. On peut disposer les élèves par petits groupes afin qu'ils puissent confronter leurs idées, avec 7 jetons pour chaque groupe.

2. Autours de la somme des *n* premiers entiers

Dans cette section, nous proposons quatre problèmes qui amènent les élèves à conjecturer puis à prouver la formule permettant de calculer la somme des *n* premiers entiers naturels. Les deux premiers problèmes constituent deux approches différentes du même énoncé et conduisent au même résultat.

a. Nombre de poignées de mains dans un groupe de n personnes



Énigme :
Dans une classe de n élèves, si tous les élèves se serrent la main, combien de poignées de mains seront échangées en tout ?

Suggestions d’activités :

Vous constituez un groupe de six élèves. Comptez le nombre de poignées de mains et compléter le tableau suivant.

Nombre de personnes	Nombre de poignées de main
1	
2	
3	
4	
5	
6	

1. Voyez-vous une logique dans la suite de nombres de la colonne de droite ? Essayez de donner une règle pour passer d’une ligne à la suivante.
2. Quelle conjecture pouvez-vous émettre pour prévoir le nombre de poignées de main échangées par toute la classe ?
3. Une idée de formule ?

On considère un groupe de *n* personnes.
Cherchez une expression dépendant de *n* permettant de calculer le nombre de poignées de mains échangées.

b. Nombre de segments entre les sommets d’un polygone

Le but de cette activité est de déterminer une formule permettant de calculer le nombre de segments reliant tous les sommets d’un polygone.

Énigme
On place *n* points aux sommets d’un polygone régulier. Combien peut-on tracer de segments reliant ces points deux à deux ?

Suggestions d’activités :

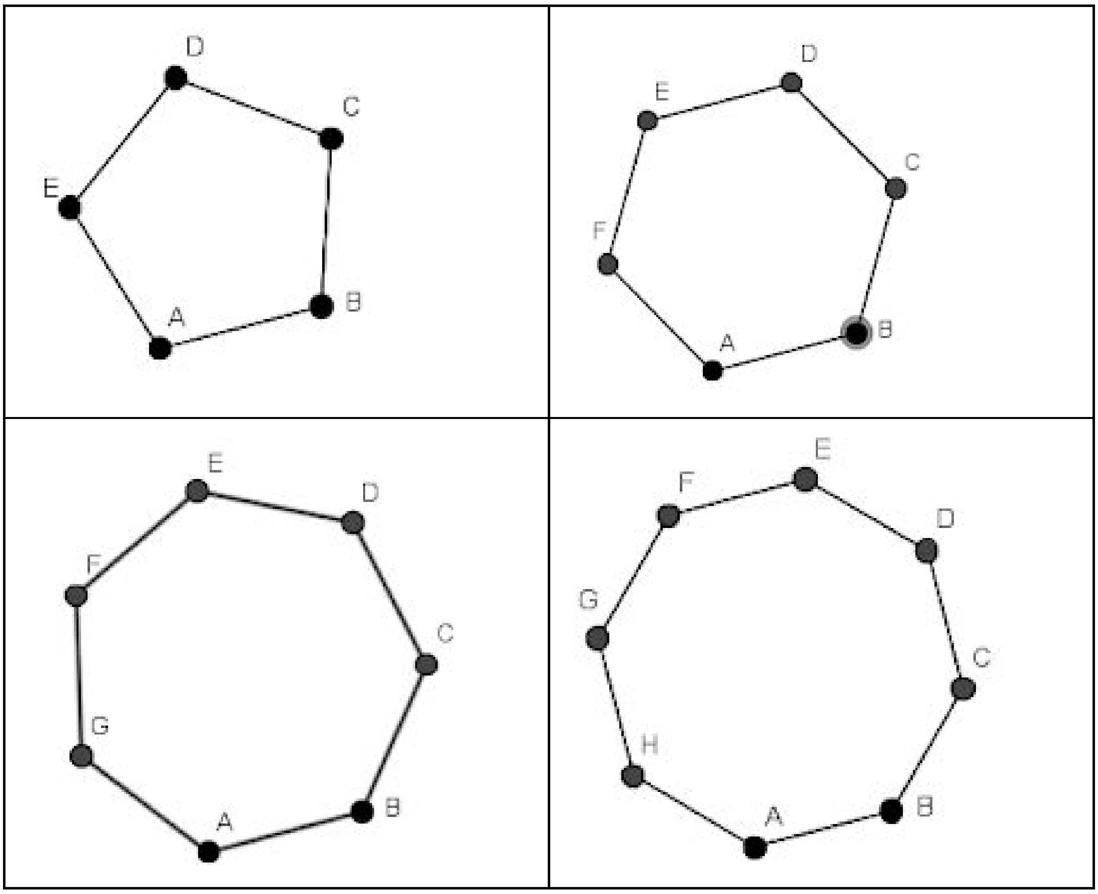
On souhaite compter le nombre de segments reliant deux sommets distincts d’un polygone.

- compléter le tableau ci-dessous,

Nombre de sommets du polygone	Nombre de segments reliant les sommets

3	
4	
5	
6	
7	
14	

- On cherche à déterminer une formule permettant de calculer le nombre de segments :
  Pour chaque polygone, tracez tous les segments reliant 2 sommets,
  Comptez le nombre de segments partant de chaque sommet.
  Calculez le nombre total de segments.



On considère un polygone de n sommets.
Chercher une expression dépendant de n permettant de calculer le nombre de segments reliant tous les sommets de ce polygone.

3- Démonstration de la formule:

Méthode 1. De chaque sommet du polygone partent n-1 segments. Il y a en tout n sommets. Nous avons donc $n(n-1)$ bouts de segments, soit $n(n-1)/2$ segments, chaque segment ayant deux bouts.

Méthode 2. Rajoutons les points un par un en reliant chaque nouveau point à tous les points précédents. En mettant le premier point, on ne trace pour l'instant aucun segment. En mettant le 2ème point, on trace un segment qui le relie au point 1. En mettant le 3ème point, on trace deux segments qui le relient aux points 1 et 2. Et ainsi de suite. En mettant le dernier point (point numéro n), on trace n-1 segments le reliant à tous les autres points. Au total, on a donc 1 + 2 + ... + (n-1) segments.

Nous avons obtenu deux formules complètement différentes qui comptent les même segments. Donnent-elles bien le même résultat? Voici quelques questions qui permettent de le prouver.

Soit S la somme du nombre de segments partant de chaque sommet :

$S = (n-1) + (........). + (...........) + (..........) + ... + 4 + .3 + 2 + 1$

Réécris la même somme en inversant les termes :

$S = 1 + 2 + 3 + 4. + ... + (.............) + (............) + (...........) + (..........)$

Additionne les 2 sommes :

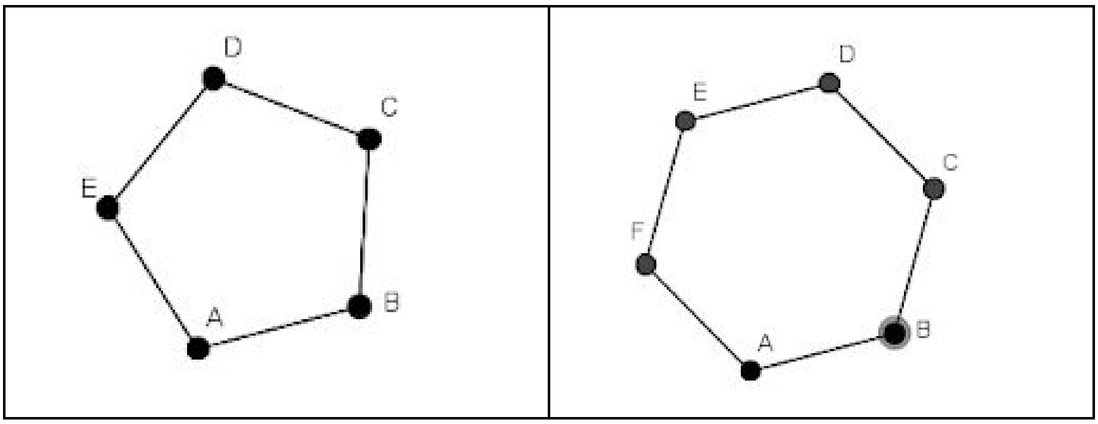
$2S =$ .... + ... + ... + ... + ... + ...+ …….. + …….. + ……..
En tout, il y a ……… termes

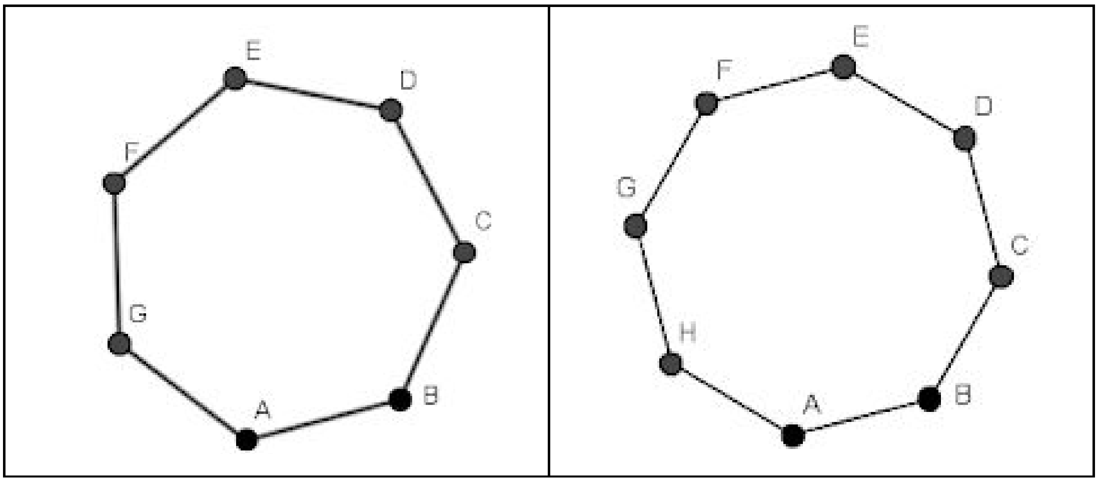
Simplifie l'expression précédente et retrouve la formule cherchée..

c. Nombre de diagonales dans un polygone

1- Énigme :
Combien peut-on tracer de diagonales dans un polygone à n sommet (n≥4) ?

2- Exemples d'activités :
- Compter le nombre de diagonales que possède chaque polygone.





- Combien de diagonales possède un polygone de 12 sommets?

- On souhaite trouver le nombre de diagonales dans un polygone à 100 sommets. Peut-on utiliser la même méthode?

<u>3- Recherche d'une formule à utiliser.</u>
Dans les polygones précédents, comptez le nombre de diagonales différentes partant de chaque sommet, puis calculez le nombre total de diagonales.

On considère un polygone à *n* sommets.
Chercher une formule dépendant de *n* permettant de calculer le nombre de diagonales du polygone.

Pour s'aider, on pourra exprimer le nombre de diagonales différentes partant de chaque sommet, puis le nombre de sommets..

d. *Gobelets*

Énigme: Vous voulez construire une pyramide de gobelets comme dans la figure suivante.
De combien de gobelets avez-vous besoin pour construire une pyramide à *n* étages?

Suggestions d'activités :
Compléter le tableau suivant.

Nombre d'étages	Nombre de gobelets
1	
2	
3	
4	
5	
6	

1. Voyez-vous une logique dans la suite de nombres de la colonne de droite? Essayez de donner une règle pour passer d'une ligne à la suivante.
2. Quelle conjecture pouvez-vous émettre pour prévoir le nombre de gobelets nécessaires pour 7 étages? Et pour 10?
3. On considère une pyramide à *n* étages.Cherchez une expression dépendant de *n* permettant de calculer le nombre de gobelets de nécessaires pour la construire.

<u>Des idées pour la démonstration</u> :

Définition: Nous appellerons *nombre triangulaire* T_n le nombre de gobelets nécessaires pour construire une pyramide à *n* étages.

Questions et remarque: Compléter le tableau suivant. Que pouvez-vous conjecturer?

Nombre d'étages	T_n	somme des n premiers entiers
1		1
2		1+2 =
3		1+2+3 =
4		1+2+3+4 =
5		1+2+3+4+5 =
6		1+2+3+4+5+6 =

On observe que, pour tout entier naturel *n*, T_n est égal à la somme des *n* premiers entiers naturels.

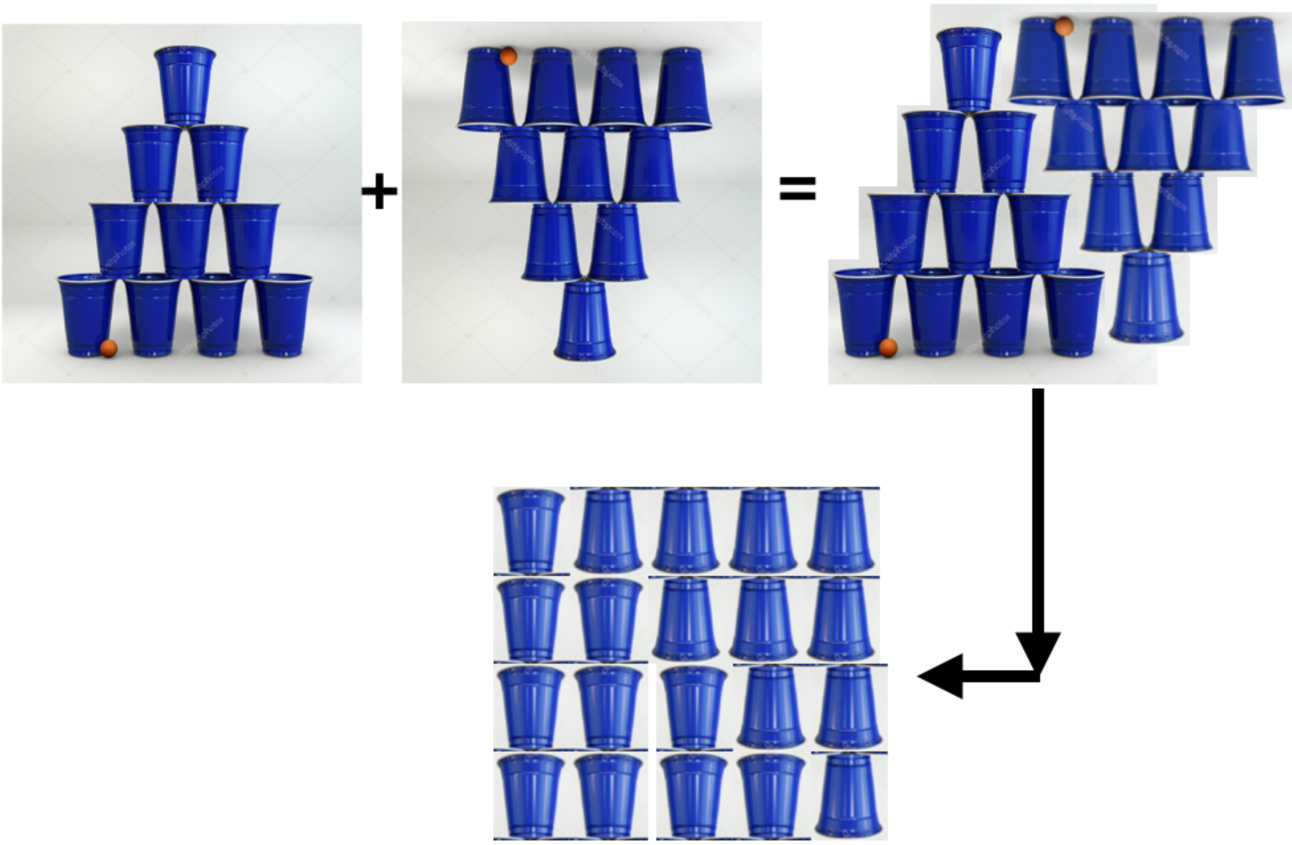
Proposition : $Pour\ tout\ entier\ naturel\ n\ on\ a\ T_n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Idée de la preuve :

Cette proposition se démontre aisément à l'aide d'un raisonnement par récurrence.

Ici, nous proposons une preuve visuelle qui permet aux élèves de niveau inférieur au niveau Terminale d'en avoir une idée.

Observez l'image suivante: essayez de trouver un argument pour justifier que $T_4 = \frac{4x5}{2}$ et proposez une preuve pour le cas général.



II. Modalités

Dans ce chapitre, nous exposons des modalités et des pratiques pédagogiques qui peuvent être suivies et utilisées dans le cadre des ressources pédagogiques présentées au Chapitre 1 pour travailler la prise de parole en cours de mathématiques. Nous faisons la distinction entre oral préparé et non préparé et nous dédions un paragraphe au travail personnel de l'élève.

1. Oral préparé : *des expériences* d'*entraînement à l'oral, du brevet au baccalauréat*

Dans le volet *Oral préparé* rentre tout type d'activité de prise de parole conçue par les élèves avec un temps de préparation au préalable sur un sujet donné en amont. C'est une typologie d'oral qui est déjà présente dans beaucoup de classes de mathématiques et elle constitue une entrée relativement simple à la problématique d'animation d'une activité de prise de parole.

Au collège Youri Gagarine, les enseignants de mathématiques organisent des examens oraux en préparation du DNB en classe de quatrième. Les élèves prennent connaissance du sujet et disposent d'un temps de préparation de 15 minutes avant de passer devant un jury. L'importance de la qualité de l'oral est clairement indiquée dans l'énoncé et permet à l'élève de se concentrer sur la restitution. Les énoncés des exercices sont relativement simples et courts pour éviter que les difficultés techniques de résolution produisent des blocages à l'oral. Les élèves ont 5 minutes pour présenter la résolution des exercices puis 5 minutes de questions/échange avec le jury.

Oral de Mathématiques 4ème 2018/2019 : Sujet A

Calculatrice et matériel de géométrie autorisés

Exercice de géométrie : (5 points)

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que : AB = 5 cm et AC = 7 cm.
Calculer la longueur de BC, arrondir au millimètre près. Justifier.

Choisir et traiter l'un des deux exercices suivants :

Exercice numérique 1 : (3 points)
Voici les notes obtenues par Zoé en Français au premier trimestre :
12/20 07/20 16/20 09/20 13/20 12/20
a) Donner l'effectif total de cette série.
b) Donner la moyenne de cette série.
c) Donner la médiane de cette série.

OU

Exercice numérique 2 : (3 points)
Effectuer le calcul suivant en détaillant les calculs :

$$A=\frac{3}{7}+\frac{5}{2}\times\frac{3}{4}$$

4 points sont attribués à des questions de cours et de calcul mental

8 points sont attribués à la qualité de l'oral

En amont de ces oraux, des séances d'oraux blancs ont été animées pendant des heures d'AP.

Lors de ces séances les élèves se sont évalués mutuellement en disposant des corrections et d'un barème conçu exprès pour évaluer les compétences orales. Après chaque passage, un temps d'échange avec la classe a permis aux élèves de revenir sur l'exposition oral de leur camarade et de proposer d' autres résolutions de l'exercice en essayant de la rendre plus vivante et moins tournée vers le tableau.

Concernant la grille de notation, il a été décidé d'attribuer 8 points sur 20 à la restitution orale afin de mettre l'accent sur l'importance de la présentation et sur le langage utilisé. La grille a pour objectif de s'approcher, dans une certaine mesure, des attendus de l'oral du DNB. Pour ce, l'accent a été mis sur:

- La maîtrise de la langue
- La posture de l'élève
- Le respect du temps de parole
- La participation aux échanges

Comme évoqué précédemment, cette grille d'évaluation était connue des élèves avant leur passage et cela leur a permis de mieux se préparer.

Notation Oral:				**…. /8 points**
Maitrise de la langue	J'utilise un langage compréhensible Mon lexique est vulgarisé et courant **0,5**	J'utilise un langage oral globalement adapté à la situation. Mon lexique est spécifique et plutôt maîtrisé. **1**	J'utilise un langage oral adapté à la situation. Mon lexique est spécifique, maîtrisé et précis. **2**	/ 2 points
Com non verbale / Posture	Je lis souvent mes notes/ je reste face au tableau **0,5**	Mon regard est placé (je me détache de mes notes), je suis orienté vers le jury. Ma posture est adaptée à un exposé (stable et dynamique). **1**	Ma gestuelle sert le discours et mon regard accompagne ma gestuelle (je m'engage corporellement pour servir mon discours) **2**	/ 2 points
Participer aux échanges	Je réponds aux questions en utilisant quelques mots et plutôt de manière binaire et/ou fermée (oui/non...). **0,5**	Je réponds aux questions en utilisant quelques phrases complètes et construites avec au moins un argument **1 à 2**	Je réponds aux questions en utilisant plusieurs phrases, avec des connecteurs logiques **3**	/ **3** points
Respect du temps	Mon temps de parole dure moins de deux minutes ou plus de 5 minutes. **0,5**	Mon temps de parole dure entre quatre minutes trente et cinq minutes trente **1**		/ **1** point

Le bilan du dispositif est plutôt satisfaisant, parmi les constats les plus significatifs nous retenons les suivants:

→ Lors des oraux blancs les élèves se sont vite rendus compte si leur présentation orale n'était pas satisfaisante grâce à la grille d'évaluation. De façon générale les oraux blancs ont montré un niveau de production orale modeste: même les élèves d'un bon niveau ne parvenaient pas à obtenir d'excellentes notes car ils restaient presque exclusivement concentrés sur leur propre trace écrite au tableau. Très rapidement les élèves ont changé et amélioré leur façon de présenter les exercices, en appliquant les conseils et les remontés obtenus de la part de leurs pairs.

→ Lors des oraux blancs les élèves en difficultés en mathématiques ont pris confiance en eux car 8 points étaient consacrés à l'oral, ce qui les a motivés à donner le meilleur d'eux mêmes.

→ A la suite de la journée d'oraux, les élèves nous ont fait un retour très positif, ils sont revenus très fiers de leur prestation et de leurs notes. Une nette augmentation de l'estime de soi a été remarquée.

→ Les oraux se sont très bien déroulés, les élèves ont joué le jeu: aucun refus, pas d'élève au tableau nous disant « j'sais pas » « j'en sais rien » comme nous pouvons parfois l'entendre en classe. Ils ont tous essayé de répondre à nos questions avec un langage correct et non fermé.

Un entraînement similaire est réalisé au Lycée Plaine de Neauphle en classe de Terminale et en vue de l'examen du Baccalauréat. En début de période, l'enseignant annonce un calendrier de séances consacrées aux passages à l'oral des élèves. Chaque élève (ou petit groupe d'élèves) choisit un créneau et un problème tiré d'une liste d'annales de bac. Lors du passage à l'oral, les élèves ne disposent d'aucun support de notes de préparation. Si cette démarche fait l'unanimité auprès des élèves qui n'hésitent pas à féliciter les camarades ou à les questionner, elle est aussi très chronophage. C'est pour cela que certains passages au tableau sont enregistrés par tablette lors des heures de permanence et envoyés par internet à l'enseignant.

La pratique de l'oral évoque naturellement de possibles synergies avec d'autres disciplines comme les lettres modernes, le théâtre et le cinéma. Dans une démarche de travail interdisciplinaire et d'entraînement à l'oral, des expériences de réalisation de courts métrages ou de petites pièces de théâtre permettent d'améliorer l'éloquence tout en approfondissant la maîtrise du vocabulaire mathématiques et la logique d'argumentation. A titre d'exemple, nous citons la vidéo réalisée par les élèves de Seconde du Lycée Plaine de Neauphle dans le cadre du concours VidéodiMath[1]: les élèves ont rédigé et tourné leur propre scénario pour raconter d'une façon originale le célèbre paradoxe du Duc de Toscane [2]. Ce travail a pu être réalisé grâce à l'implication des professeures de lettres (Mme Bazire) et de Cinéma Audiovisuel (Mme Chenus).

2. Travail personnel de l'élève : *un parcours de Devoirs Maison pour travailler la prise de parole en mathématiques*

Nous nous sommes posés la question de savoir comment intégrer la pratique de l'oral dans le travail personnel de l'élève. Nombreuses sont les expériences de préparation d'exposés ou de petits séminaires d'approfondissement sur un sujet donné. Les élèves réalisent une recherche documentaire à la maison et l'exposent à la classe lors d'une séance de cours. Cette modalité présente à notre avis deux défauts :

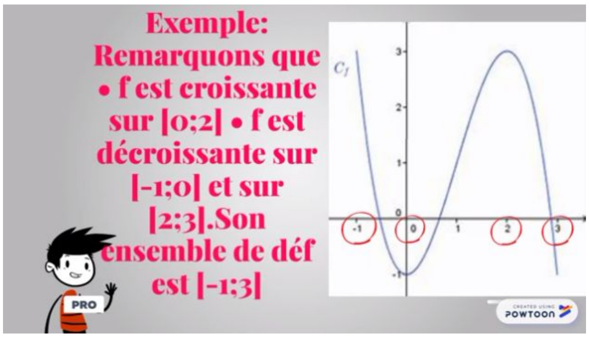
- La recherche bibliographique et sur internet présente plusieurs difficultés liées à la masse de ressources présentes, à leur niveau et à leur qualité.

[1] https://audimath.math.cnrs.fr/videodimath/
[2] La video est visionable à l'adresse: https://drive.google.com/open?id=1NnpCwOI8RIY2MmIJKnJ-hPVaYvEaLRW6

- La restitution en classe, certes utile et profitable à la fois aux élèves qui exposent et à ceux qui écoutent, et cependant très chronophage. De plus, la posture d'écoute passive de la part de la classe risque d'être difficile à tenir pendant un temps prolongé.

Suite à ce constat, d'autres types d'expérimentations ont vu le jour dans le réseau d'établissements de Trappes, comme l'utilisation de la plateforme Powtoon[3] pour la réalisation de dessins animés qui illustrent la résolution d'un problème donné en Devoir Maison.

Powtoon est un logiciel d'animation en ligne qui permet à l'utilisateur de créer des présentations animées en utilisant des objets préexistants et mis à disposition par l'interface.
Il est possible d'insérer de la musique ainsi que des voix enregistrées. Le logiciel est gratuit dans sa version de base et accessible en ligne sans besoin de téléchargement.



La progression pédagogique suivie par l'enseignant est la suivante :

- Séance de découverte du logiciel en cours (salle informatique, exposé de l'enseignant, travail avec tablettes). L'enseignant demande aux élèves de se familiariser avec la plateforme en réalisant un dessin animé : les élèves sont surpris, mais ils adhèrent immédiatement et prennent beaucoup de plaisir en testant rapidement toutes les potentialités du logiciel.
- Premier devoir maison : l'enseignant donne aux élèves le sujet d'un devoir (exercice, problème ouvert etc…) dont la solution fera l'objet d'un Powtoon où les personnages parleront par bulles, c'est à dire sans voix enregistrée. Ce choix répond à une progressivité dans l'approche à la fois à l'oral et à la technicité. Néanmoins, l'élève aura utilisé ses propres mots pour permettre au personnage de son dessin animé d'expliquer l'exercice[4].
- Deuxième devoir maison : le principe est le même qu'au premier devoir, mais cette fois, il est demandé aux élèves d'expliquer les démarches de résolution en enregistrant leur voix et en la donnant aux personnages[5].

L'enseignant récupère les productions par mail et peut les noter par rapport à la résolution mathématique, mais aussi par rapport à l'exposition orale du résultat.

Après un an d'expérimentation, le bilan est très positif: les élèves se sont investis dans leur devoir maison qui devient une réalisation originale et qui permet un travail riche autour d'un thème de mathématiques, non seulement du point de vue de l'approfondissement disciplinaire, mais aussi dans son apport en termes d'appropriation de la problématique qui doit être expliquée et exposée à l'oral.

[3] https://www.powtoon.com/home/
[4] Un exemple de ce type de devoir est visionable ici https://www.powtoon.com/c/fMR787vZC5Y/0/m
[5] Un exemple de devoir à l'oral https://www.powtoon.com/c/bunVMj7Kley/0/m

3. Oral non préparé : *des murs pédagogiques*

Un des aspects les plus problématiques du travail de l'oral en cours de mathématiques est la verbalisation par élèves durant le cours. Nous ne parlons pas ici de la prise de parole de l'élève qui pose une question ou qui répond à une question : ces modalités sont présentes dans la plupart des cours de mathématiques et relèvent de considérations de gestion de classe et d'animation du groupe. Le retour d'expérience que nous faisons ici vise à expérimenter l'argumentation en mathématiques en libérant le plus possible la parole des élèves pendant un temps suffisamment long pour permettre un enchaînement complexe de raisonnements.

Au lycée Plaine de Neauphle certaines salles ont été équipées de "tableaux" velleda collés aux murs (d'où le nom qui a été donnée à ce type de séance: *murs pédagogiques*). En début de séance, les élèves sont répartis en groupes de quatre ou cinq. Ainsi ,chaque groupe constitue une "mini-classe" et s'installe devant l'un des tableaux. Chaque groupe a un temps imparti pour résoudre un exercice ou un problème en notant au tableau la résolution, chaque groupe aborde un sujet différent. A la fin du temps imparti les groupes tournent et les élèves s'installent face au tableau suivant. Un élève par groupe reste à sa place et aura le devoir d'accueillir ses camarades et de leur expliquer à l'oral le problème que son propre groupe a résolu auparavant. Les élèves qui écoutent, prennent note et posent des questions voire corrigent la solution proposée s'ils pensent qu'elle présente des erreurs.

A partir de ce schéma plusieurs variantes peuvent s'appliquer : tous les élèves tournent et doivent simplement corriger le tableau à partir du sujet, toute la classe écoute l'explication de chaque exercice etc…

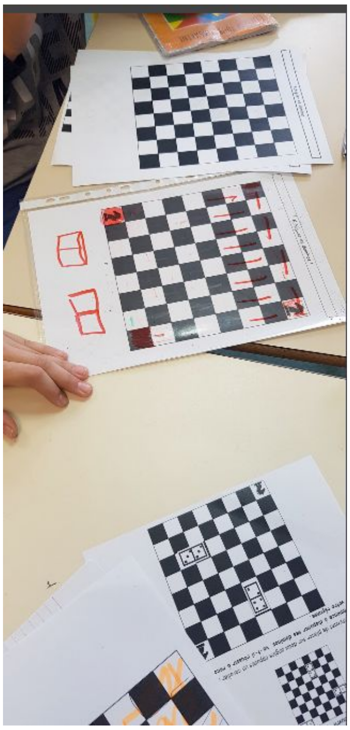
Le rôle de l'enseignant est complexe : si les productions finales peuvent être prises en photo et analysées après la séance, les productions orales des élèves sont moins facilement exploitables non seulement parce qu'elles sont réalisées en parallèle, mais aussi parce que corriger les productions orales des élèves signifierait enlever aux élèves qui écoutent la possibilité d'interagir pour corriger ou proposer des alternatives. Les collègues qui pratiquent ce type de séance tournent dans les groupes et prennent des notes à partir de ce qu'ils écoutent pour après débriefer avec la classe lors d'une séance successive.
Si les apports pédagogiques et d'autonomie des élèves sont évidents, nous soulignons quand même que cette modalité nécessite une ambiance de classe très propice au travail et qu'un grand travail en amont de gestion de classe est nécessaire. Dans tous les cas cette organisation nécessite l'acceptation d'un niveau sonore plus élevé que d'habitude dans la classe. En effet, dans ce cas spécifique, le "bruit" ne correspond pas à une forme d'agitation et de perturbation mais il doit être vu comme une forme spécifique de travail.

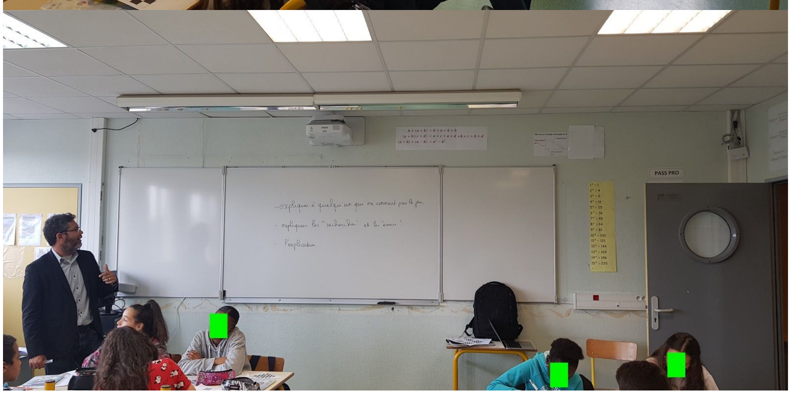
III. Observations

Cette section contient un retour d'expérimentation de l'une de nos séances en classe. Après avoir décrit la mise en place de l'activité et le contexte de la classe avec laquelle nous avons travaillé, nous présentons des transcriptions des productions orales des élèves et nous concluons avec une petite analyse a posteriori.

1. Présentation de la séance.

Nous avons testé l'un de nos sujets lors d'une séance d'oral non préparé avec une classe de 5ème, classe dynamique avec un niveau très hétérogène. Les élèves ont été répartis en petits groupes non homogènes de trois-quatre élèves.
A cette occasion nous étions trois enseignants: M. Agostino (observateur), M. Durand et Mme Doucet (animateurs). Nous avons réparti les élèves sur deux salles pour avoir plus de place pour circuler, observer ainsi que plus de temps pour les interroger.
Les élèves ont reçu dans un premier temps le sujet de l'énigme sur l'échiquier et les dominos (cf partie I) ainsi que deux échiquiers pour qu'ils puissent y faire des essais. Par la suite ils ont eu la première aide, et pour certains groupes la seconde aide (cf les annexes). A la fin du temps de recherche nous avons demandé à chaque groupe d'exposer à l'oral ses résultats au reste de la classe.





2. Transcriptions

Nous présentons dans ce paragraphe la transcription des présentations orales de deux groupes d'élèves à l'issue de la séance de travail. Du point de vue de la technique de transcription utilisée :

- E1, E2, E3, E4 représentent les élèves ;

- P1 est l'un des enseignants présents ;
- les + indiquent une pause d'élocution et leur nombre est proportionnel à sa durée ;
- les crochets contiennent des descriptions qui permettent de mieux cerner la situation ;
- les xxx indiquent des parties incompréhensibles dans l'enregistrement.

Les exposés se sont déroulés en fin de séance au tableau. Nous proposons deux extraits : le premier est l'exposé d'une élève seule, le deuxième est l'exposé proposé par un groupe de trois élèves qui partagent le temps de parole.

Extrait 1

E1: En fait dans le damier il y a 64 cases, de deux couleurs différentes. [Elle indique la structure de l'échiquier avec le doigt au tableau.]
P1: Vous avez un feutre si vous voulez dessiner.
E1: Il y a un damier, il y a 64 cases ++ [elle dessine] il y a des noires +++ [elle tente de colorier les cases mais s'arrête] il y a des noires et des blanches et dans les côtés du damier il y a deux couleurs pareil. Du coup, si on bloque ces deux cases on retrouve 30 cases d'une couleur et 32 cases d'une autre couleur. Mais pour placer un domino, un domino c'est deux cases, mais c'est pas deux cases n'importe lesquelles. C'est deux cases de deux couleurs puisque en diagonale c'est deux couleurs pareil, et on a pas droit de mettre un domino comme ça, du coup c'est obligé que c'est deux couleurs, blanc et noir. Donc là, puisque on a, on a 30 et 32, au bout d'un moment il y aura une case noire et une case blanche qui ne pourront pas se ++ se ++ se compléter ++ parce que ++ il y a plus de +++ il manque deux cases d'une couleur.

Extrait 2

E3: On dispose d'un échiquier avec deux pions sur les cases blanches et noires. Il faut essayer de recouvrir tout l'échiquier avec des dominos, le domino recouvre deux cases.

E4: Nous avons fait plein d'essais et nous avons remarqué qu'il y a un problème entre cavaliers , ils sont sur deux cases blanches donc ça gène pour recouvrir avec les dominos xxx xxx c'est impossible de recouvrir.

E5: Pour poser un domino il faut une case noire et une blanche, mais que couvre deux cases blanches c'est à dire deux dominos en moins. Il y aura forcément deux cases noires en moins ils ne sont du coup pas côte à côte comme xxx.

3. Commentaires et axes de travail.

La séance a montré un vif intérêt des élèves pour l'aspect jeu-énigme qui constituait le coeur du sujet.
Tous les groupes se sont lancés dans la recherche en effectuant plusieurs essais et en imaginant de déplacer les chevaliers pour voir si la position avait une influence sur la réponse à la question. Presque tous les groupes ont trouvé la bonne réponse en donnant une motivation cohérente et acceptable.
Cependant, nous avons remarqué une certaine appréhension quand il s'agissait de présenter à l'oral la démarche. La plupart des groupes avait préparé son discours à l'écrit avant de s'exprimer devant la classe. Si le support papier à lire semble rassurer l'élève lors de l'exposition, il constitue en réalité un frein à l'oralité car il s'agit, finalement, d'une production écrite, avec tous les codes de rédaction que l'élève

apprend en cours de français. Il nous paraît important que l'élève soit confronté à un réel effort de restitution d'une démarche et d'une intuition qui ne soit pas moyennée par la lecture d'un papier qui pourrait servir plus comme un “écran de protection” que comme un réel support de travail.

La compréhension de l'énigme et la résolution ainsi que la recherche se sont révélés indépendants des résultats scolaires des élèves : des élèves en difficultés (voire en décrochage) scolaire ont fait preuve de réactivité et ont été les moteurs de leur groupe en résolvant l'énigme parfois très rapidement. Cette observation ne se reflète pas dans le niveau des productions orales : les élèves E1 et E5 ont tous les deux trouvé la bonne réponse avec la bonne motivation, mais, si E1 fait un effort d'argumentation (sans note) conséquent, l'élève E5 rencontre des difficultés de structuration et de construction de ses phrases alors qu'il a bien compris l'énigme.

L'élève E1 organise un discours complexe en ayant bien en tête l'ordre logique des affirmations. Elle prend des initiatives (dessiner au tableau) pour mieux expliquer sa pensée. Au niveau du vocabulaire utilisé nous ne pouvons que constater que des marges d'amélioration existent et que le passage d'un registre “quotidien” à une formulation mathématique n'est pas suffisamment présent. A titre d'exemple, aucun élève n'a utilisé les mots *pair* ou *impair*.

Cette expérience nous montre, une fois de plus, que le travail de différenciation demeure un besoin incontournable aussi en terme d'entraînement à l'oral. Ce constat peut ouvrir des perspectives très riches de travail interdisciplinaire avec les professeurs de lettres. La conception, avec les élèves, d'un document de préparation d'un exposé de mathématiques et un approfondissement du vocabulaire spécifique pourraient faire l'objet d'un projet de co animation de cours français-mathématiques et ceci à tous les niveaux du cycle secondaire.

Conclusions

Cet article termine la première année de travail du Laboratoire de Mathématiques de Trappes. Nous avons abordé le thème de l'oral en mathématiques en concevant des activités *clés en main* pour accompagner les enseignants de collège et de lycée voulant s'investir dans cette démarche. L'oralité étant naturellement présente dans le réseau de classes de la ville de Trappes, nous avons réalisé un état de l'art de tout ce qui se fait déjà et nous avons classifié les modalités pédagogiques en quatre thématiques afin de donner des idées d'animation en classe, de devoir maison et d'évaluation. L'expérimentation et l'observation de l'un de nos sujets a montré le besoin d'un travail sur l'argumentation et le vocabulaire à partir du collège que l'on peut réaliser avec profit en collaboration avec nos collègues de lettres.

Nous sommes preneur de tout retour, suggestion ou conseil par mail.

luca.agostino@ac-versailles.fr
Bruno.Durand1@ac-versailles.fr
Laetitia-Sonia.Doucet@ac-versailles.fr
dimitri.zvonkine@uvsq.fr

ANNEXES

Nous présentons en annexe les fiches élèves et professeurs des activités énoncées au chapitre 1.

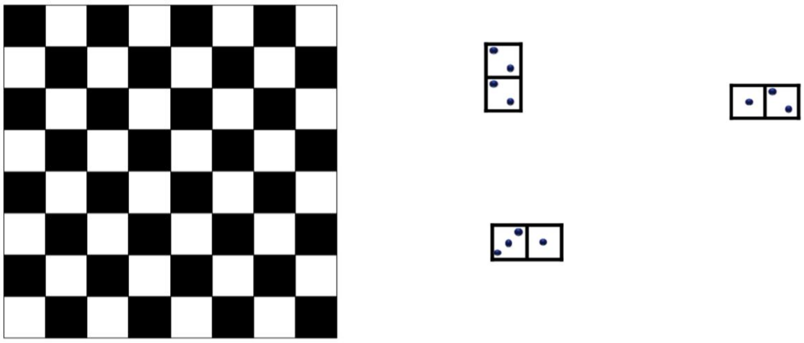
I. Echiquier et dominos:
    A. Fiche élève
    B. Fiches d'aides
    C. Echiquiers à plastifier
    D. Fiche professeur

II. Et si on passait au vert?
    A. Fiche élève
    B. Fiches d'aides
    C. Fiche professeur
    D. Jetons à imprimer

III. Liaisons aériennes
    A. Fiche élève
    B. Fiches d'aides
    C. Fiche professeur

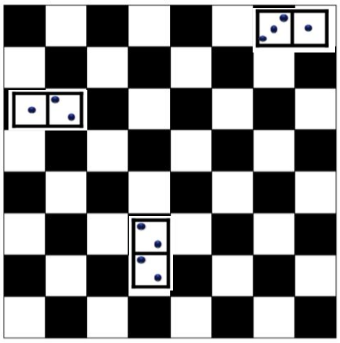
IV. Toute une histoire de jetons
    A. Fiche élève
    B. Fiches d'aides
    C. Fiche professeur

Échiquier et dominos !

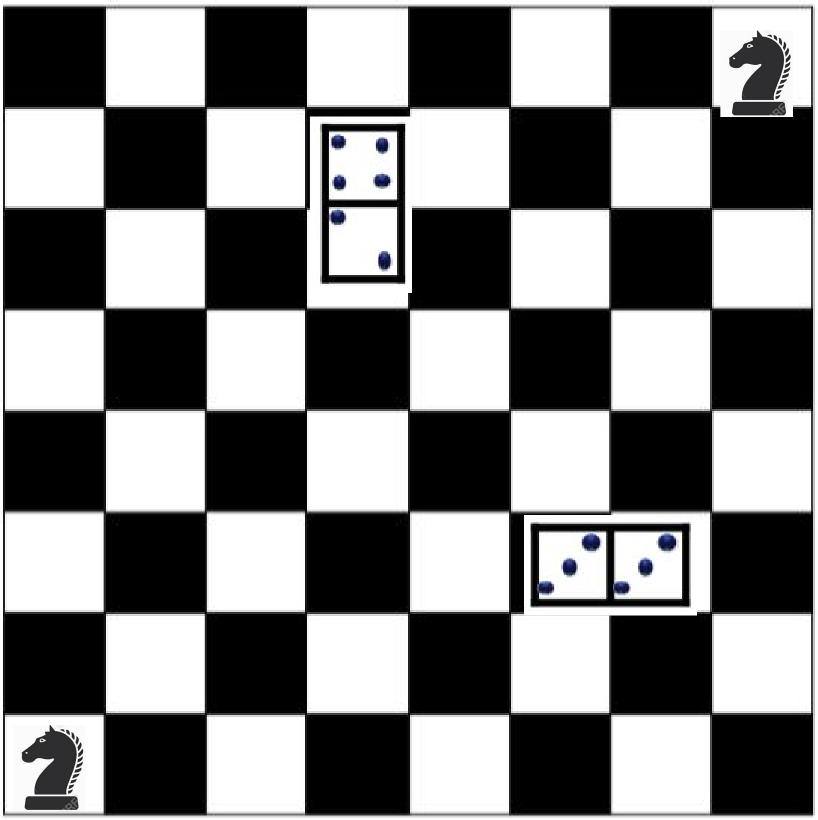


Joakim, un enfant de 5 ans, s'amuse avec un échiquier et les dominos de ses parents.
Il pose les dominos sur le plateau de sorte à recouvrir deux cases adjacentes horizontalement ou verticalement, mais pas en diagonale.

→ **Joakim va-t-il réussir à recouvrir tout l'échiquier ?** (Justifier votre réponse)



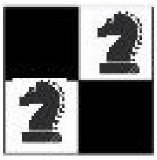
→ Il décide maintenant de placer sur deux angles opposés un cavalier noir !
Puis il recommence à disposer ses dominos. Va-t-il réussir à recouvrir tout l'échiquier ? Justifier votre réponse.

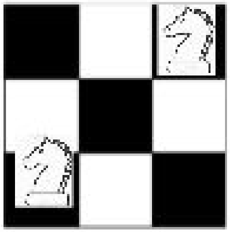


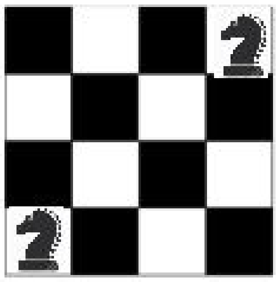
Échiquier et dominos ! Petite aide

Il va falloir **prouver** votre réponse !

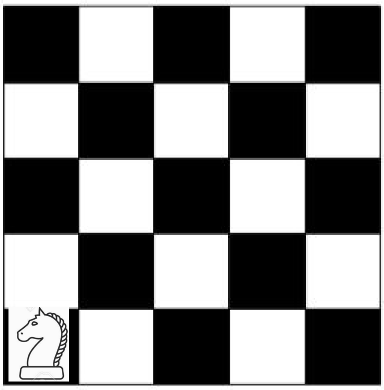
Commencez par essayer de compléter les « petits » échiquiers suivants :

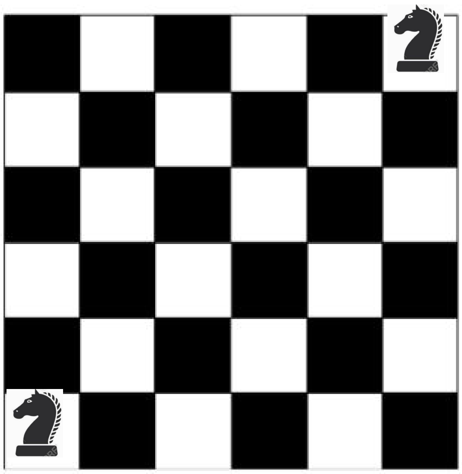


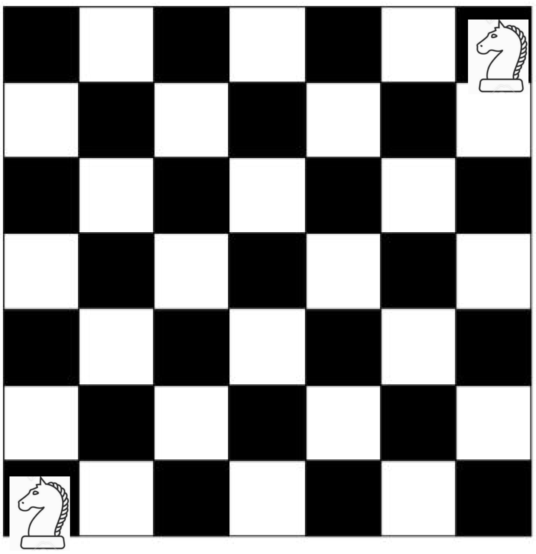


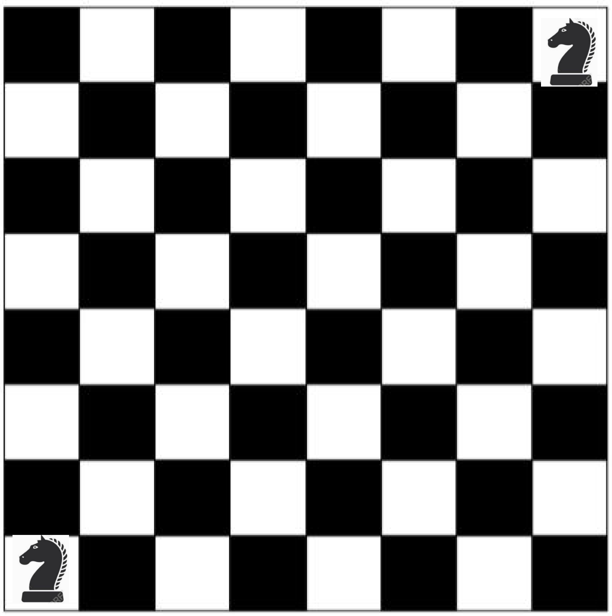


Agrandissez la taille de l'échiquier jusqu'à arriver à 8 cases x 8 cases.

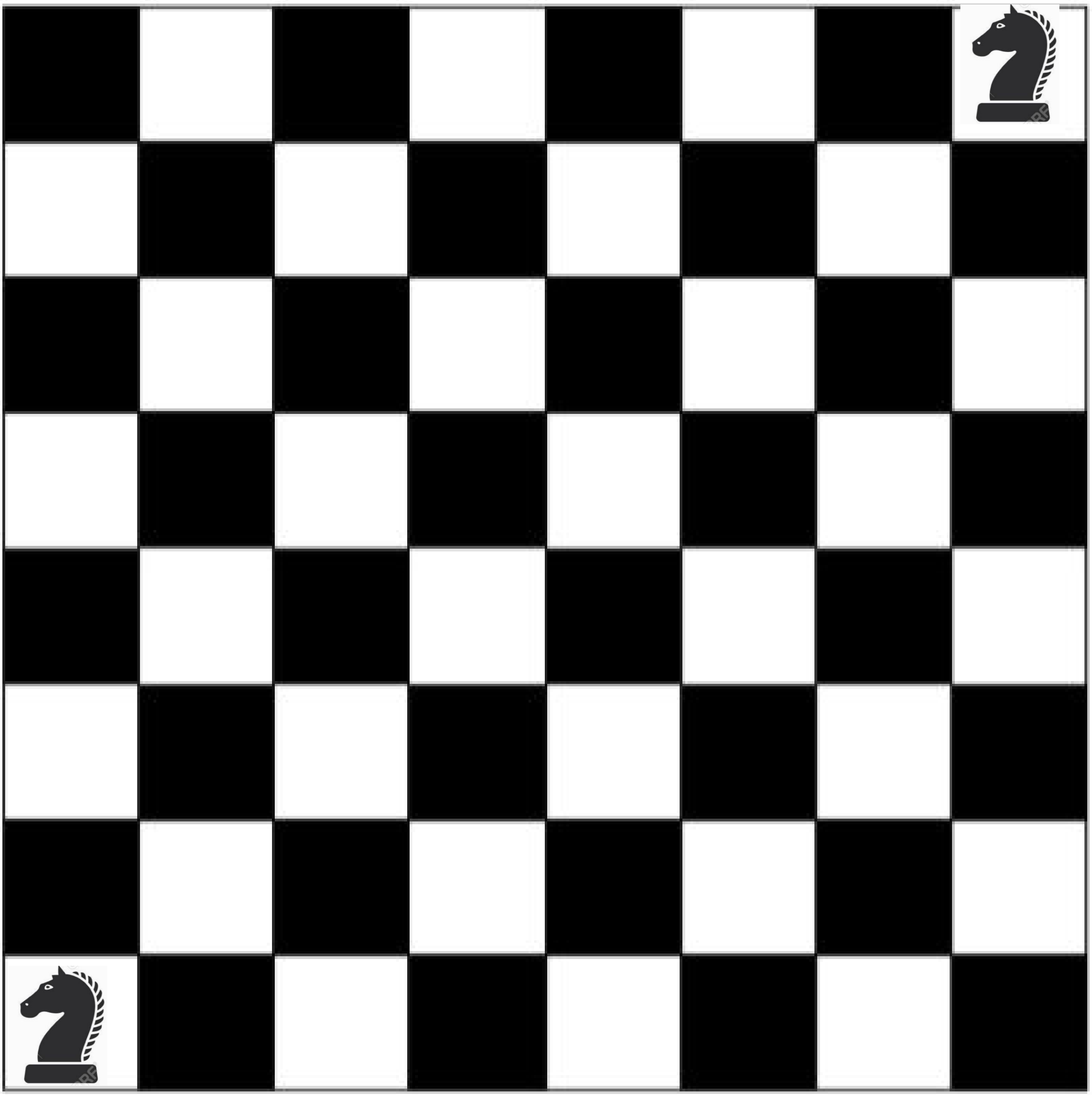




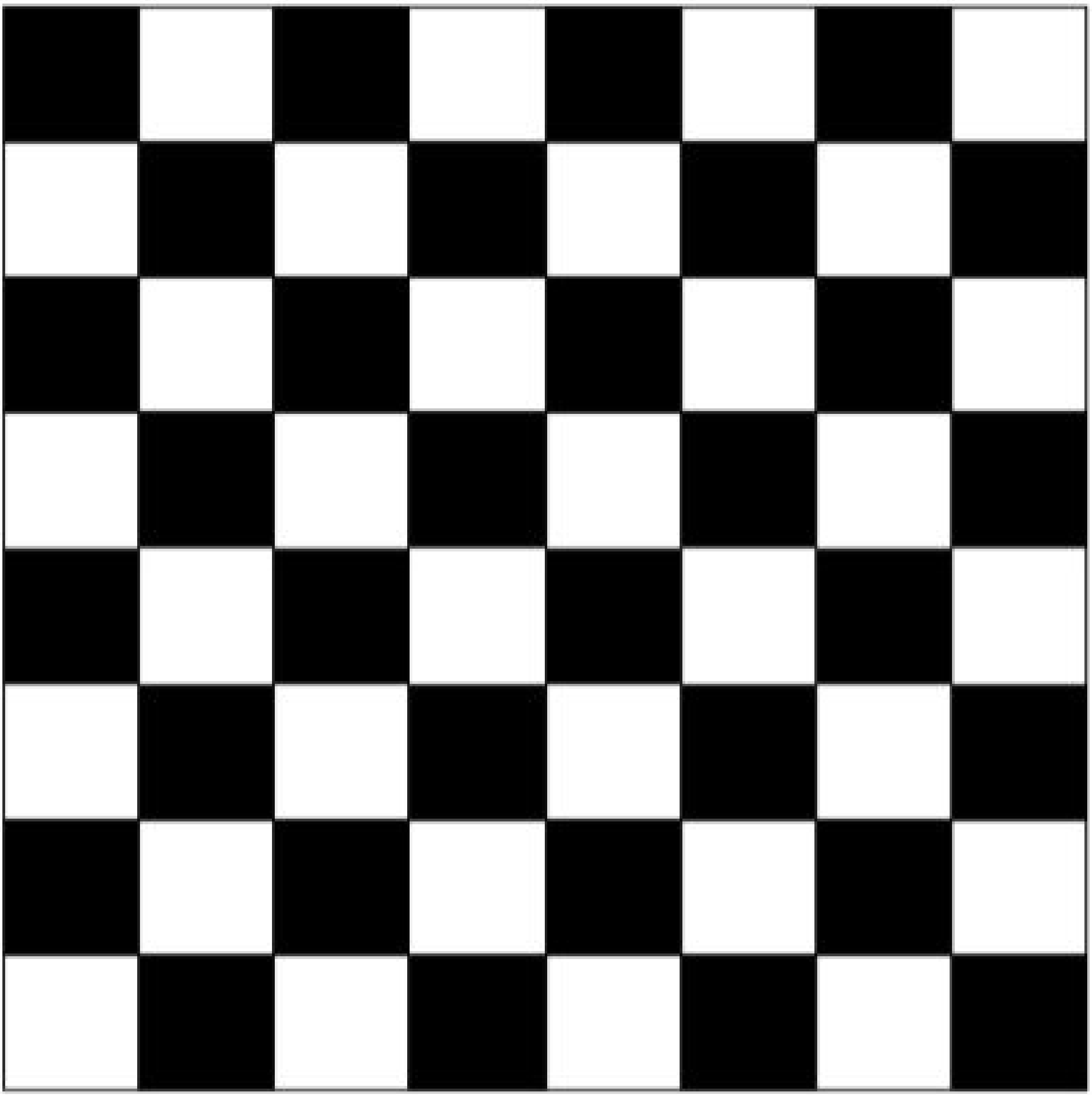




Échiquier et dominos !

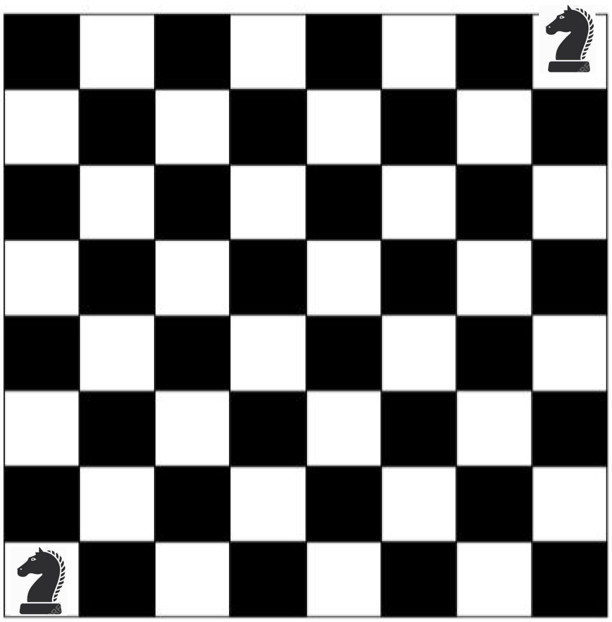


Échiquier et dominos !



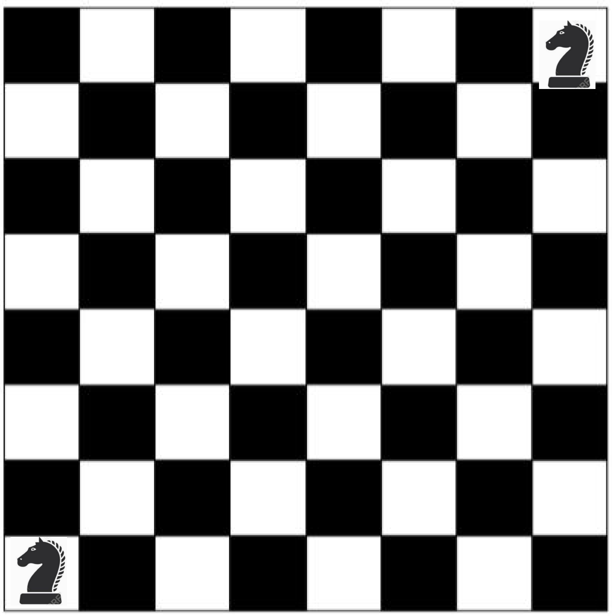
Échiquier et dominos ! Petite aide 2

1) Combien de cases noires et de cases blanches comptez-vous sur l'échiquier ?
2) Combien de cases noires et de cases blanches restent libres une fois que les cavaliers sont posés ?



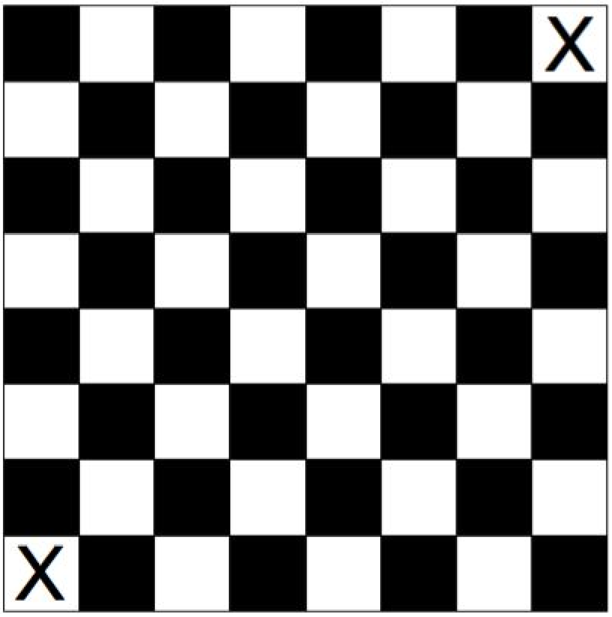
Échiquier et dominos ! Petite aide 2

1) Combien de cases noires et de cases blanches se trouvent sur l'échiquier ?
2) Combien de cases noires et de cases blanches restent libres une fois que les cavaliers sont posés ?



Fiche professeur : Échiquier et dominos

Énigme : Est-il possible de recouvrir un échiquier sans deux cases situées à deux angles opposés avec des dominos que l'on place sur deux cases adjacentes horizontalement ou verticalement ?



Solution : Cela est impossible. En effet, chaque domino recouvre une case blanche et une case noire. Lorsque les deux angles sont supprimés il reste 32 cases noires et 30 cases blanches, il est donc impossible de les recouvrir toutes avec des dominos.

Déroulement :

→ pour des élèves de 5ème, 4ème ou 3ème.
→ s'adresse à un petit groupe (3-4 élèves) afin qu'ils confrontent leurs idées.
→ BUT : Amener les élèves à faire un retour sur cette énigme via un oral.

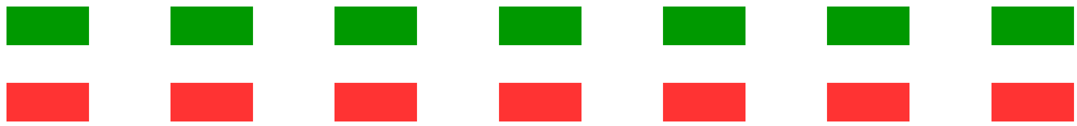
1ere partie :
> ils doivent présenter leur énigme ;
> ils sont ensuite invités à présenter leurs recherches ;
> et à livrer leurs conclusions.

2ème partie :
> S'ils n'ont pas réussi à trouver la réponse, leur présenter le résultat.
> Répondre aux questions du jury :
« Est-il possible de recouvrir un échiquier 5 par 5 ? pourquoi ? »
« Combien faut-il de dominos pour recouvrir tout l'échiquier ? »
« Est-ce que, si l'on cache les deux angles noirs, cela change le résultat ? »

→ Travail à faire sur plusieurs séances :
> une séance de démarrage ;
> une seconde séance pour voir l'avancement et fournir une première aide ;
> une troisième séance pour vérifier que tous les groupes ont fini par résoudre leur énigme et donner une seconde aide au besoin ;
> une dernière séance pour préparer l'oral.

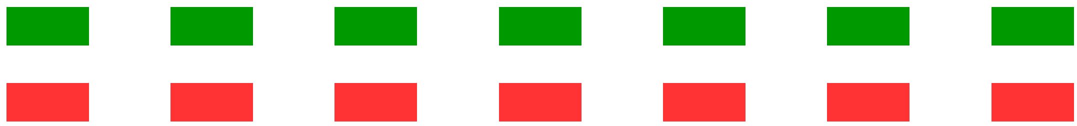
Et si l'on passait au vert ?

Un nouveau jeu vient de sortir sur téléphone !
Au départ on a 14 jetons, des jetons rouges et des jetons verts comme ci-dessous :

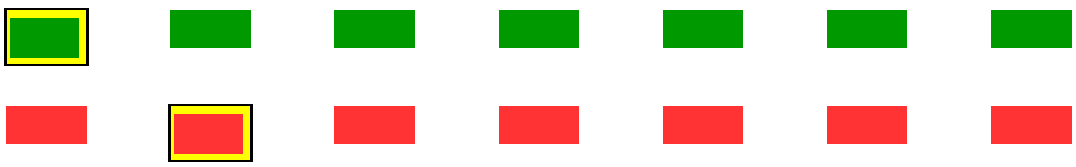


On glisse les jetons par deux dans une machine :
→ si l'on glisse deux jetons de même couleur, la machine nous en rend un vert ;
→ si l'on glisse deux jetons de couleurs différentes, la machine nous en rend un rouge.

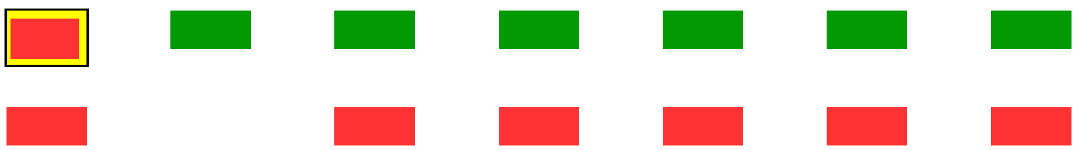
Exemple :
Au départ :



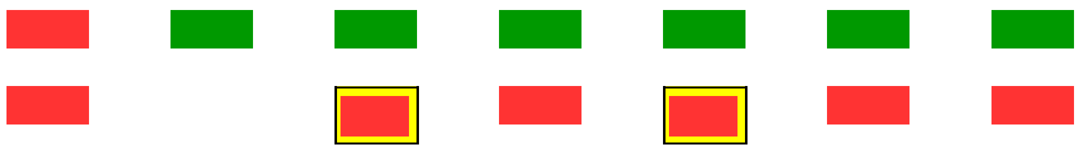
Si l'on met dans la machine les deux jetons encadrés de couleurs différentes :



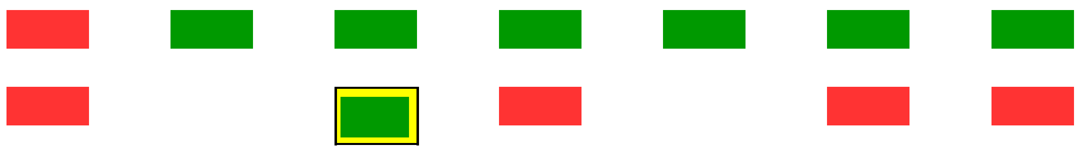
On obtient un jeton rouge, et il ne nous reste plus que 13 jetons :



Si l'on met maintenant dans la machine les deux jetons de même couleur encadrés :



On obtient un jeton vert, et il nous reste 12 jetons :

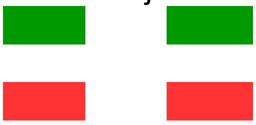


Et ainsi de suite...**Le but est d'arriver à un seul jeton vert !** A vous de jouer !

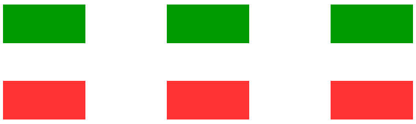
Et si l'on passait au vert ?	petite aide

Essayez de faire de même avec moins de jetons au départ :

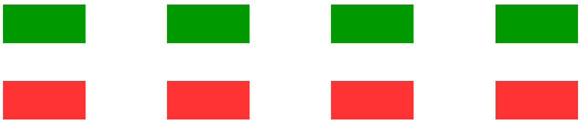
→ avec 4 jetons :



→ avec 6 jetons :



→ avec 8 jetons :

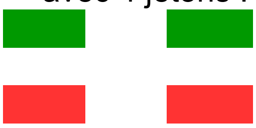


Etc … que remarquez-vous ?

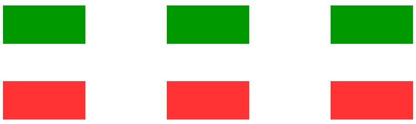
Et si l'on passait au vert ?	petite aide

Essayez de faire de même avec moins de jetons au départ :

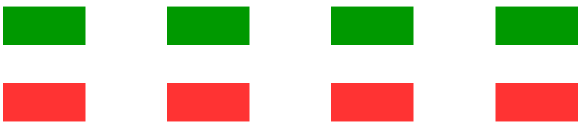
→ avec 4 jetons :



→ avec 6 jetons :



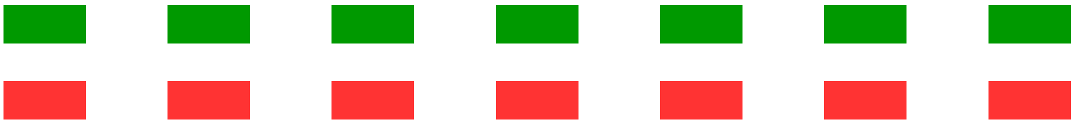
→ avec 8 jetons :



Etc … que remarquez-vous ?

Fiche professeur : Et si l'on passait au vert

Énigme : Au départ on a 14 jetons, des jetons rouges et des jetons verts comme ci-dessous :



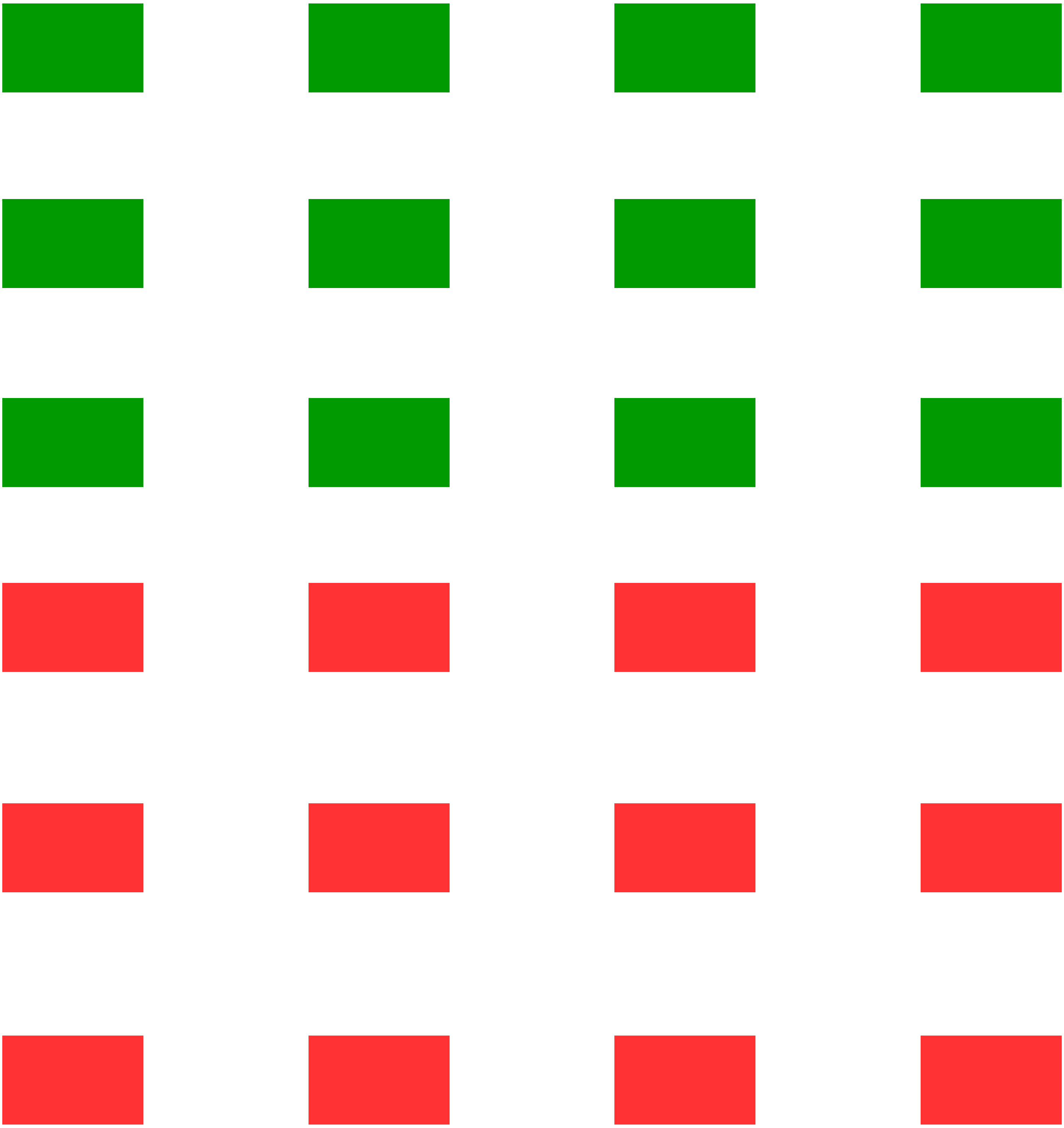
On glisse les jetons par deux dans une machine
→ si l'on glisse deux jetons de même couleur, la machine nous en rend un vert.
→ si l'on glisse deux jetons de couleurs différentes, la machine nous en rend un rouge.

Est-il possible d'avoir un seul jeton vert à la fin ?

Solution : Il y a un nombre impair de jetons rouges,
→ lorsque l'on regroupe deux jetons verts ou deux jetons rouges on obtient un jeton vert, et il reste donc un nombre impair de jetons rouges.
→ Si l'on regroupe un jeton rouge et un jeton vert, on obtient un jeton rouge. Il reste donc toujours un nombre impair de jetons rouges.

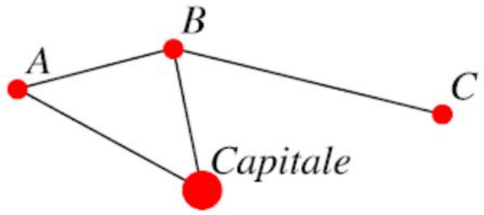
On ne pourra donc pas avoir 0 jeton rouge ! Il est donc impossible que le dernier jeton restant soit vert.

Matériel :
Il serait nécessaire de créer des jetons verts et rouges, de préférence plastifiés) pour que les élèves essaient. (Voir ci-dessous : reste à plastifier et à découper)



Liaisons aériennes entre la capitale et les autres villes

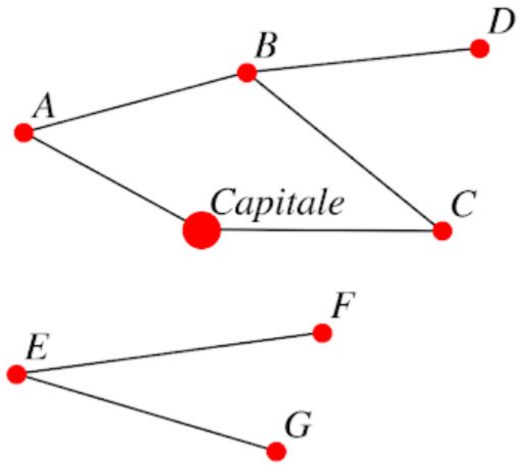
Question 1 :
Dans un petit pays se trouve une capitale et trois villes possédant un aéroport : A, B et C.
On a schématisé ci-dessous les liaisons aériennes entre ces différents aéroports :



a) Est-il possible de rejoindre la ville C en partant de la capitale grâce aux lignes aériennes ?
Si oui, dessiner le chemin emprunté.
b) Combien de lignes aériennes partent de la Capitale ? De la ville A ? De la ville B ? Et de la ville C ?
Compléter le tableau suivant :

Villes :	Capitale	A	B	C
Nombres de lignes aériennes :				

Question 2 :
Dans un pays un peu plus grand il y a la capitale et sept villes. On a schématisé les liaisons aériennes :



a) Est-il possible de relier la capitale à la ville D grâce aux liaisons aériennes ?
Si oui, dessiner le chemin emprunté.
b) Est-il possible de relier la capitale à la ville G grâce aux liaisons aériennes ?
Si oui, dessiner le chemin emprunté.
c) Combien de lignes aériennes partent de chaque ville ?
Compléter le tableau suivant :

Villes	Capitale	A	B	C	D	E	F	G
Nombres de lignes aériennes :								

Question 3 :

Cette fois-ci vous ne disposez pas de schéma, mais seulement du nombre de liaisons partant de chaque ville :

Villes	Capitale	A	B	C	D	E	F
Nombres de lignes aériennes :	3	2	2	2	2	2	1

a) Faire un schéma, en respectant le tableau précédent, où l'on peut aller de la capitale à la ville A.
b) Faire un schéma, en respectant le tableau précédent, où l'on ne peut pas aller de la capitale à la ville A.

Question 4 :
Cette fois vous ne disposez pas non plus de schéma, mais seulement du nombre de liaisons partant de chaque ville :

Villes	Capitale	A	B	C	D	E	F
Nombres de lignes aériennes :	4	2	2	2	2	2	1

Faire un schéma en respectant le tableau précédent.

Question 5 :
Encore une fois vous ne disposez que du tableau suivant :

Villes	Capitale	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombres de lignes aériennes :	5	2	2	2	2	2	2	2	1

a) Faire un schéma, en respectant le tableau précédent, où l'on peut relier la capitale et la ville H.
b) Faire un schéma, en respectant le tableau précédent, où l'on ne peut pas relier la capitale et la ville H.

Question 6 :
Cette fois-ci, vous savez seulement que l'on a des villes possédant des liaisons aériennes. On sait que chaque ville possède un nombre pair de liaisons aériennes, à l'exception de deux villes qui en possèdent un nombre impair.

Expliquer pourquoi ces deux villes avec un nombre impair de liaisons aériennes sont forcément reliées.

Liaisons aériennes entre la capitale et les autres villes	Fiche professeur

Réponses :

Question 1 :

a) oui en passant par la ville B.

b)

Villes :	Capitale	A	B	C
Nombres de lignes aériennes :	2	2	3	1

Question 2 :

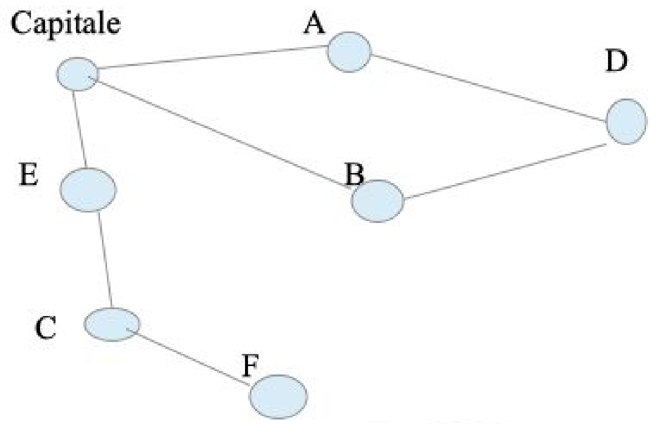
a) Oui b) Non

c)

Villes	Capitale	A	B	C	D	E	F	G
Nombres de lignes aériennes :	2	2	3	2	1	2	1	1

Question 3 :

a)



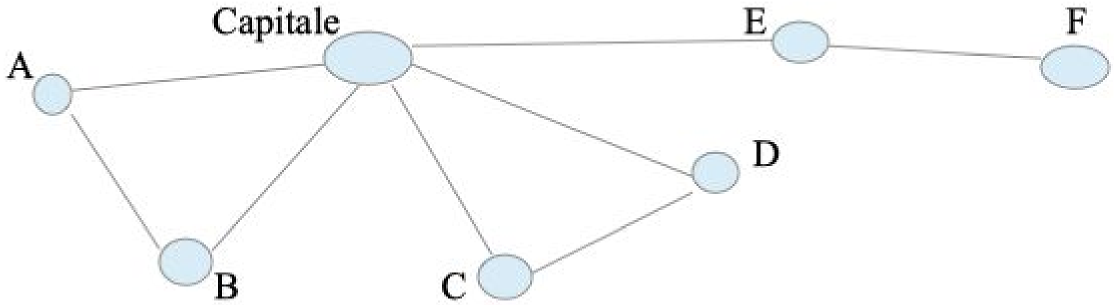
b)

Question 4 : Impossible :

Si l'on considère que chaque liaison entre deux villes est composée de deux demi-liaisons, il faut donc au total un nombre pair de demi-liaisons, et donc un nombre pair de liaisons partant des villes. Or, dans ce cas, il y a :

4+2+2+2+2+2+1=15 demi-liaisons, c'est donc impossible.

Question 5 :
a) possible :



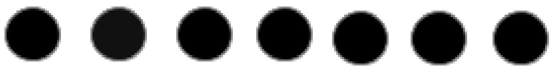
b) impossible: car il faudrait fermer chaque partie (graphe). Or, il y aurait forcément un nombre impair de demi-liaisons de chaque côté. On ne peut donc pas créer un tel graphe.

Question 6 :
Pour fermer le graphe, il faut un nombre pair de demi-liaisons. Donc les deux villes avec un nombre impair de liaisons seront forcément reliées.

Toute une histoire de jetons ...

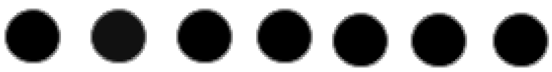
Un nouveau jeu sur téléphone vient de sortir, deux frères Eden et Noé y jouent.

7 jetons ont un côté noir et l'autre blanc.
Au départ, tous les jetons sont placés en sorte que seule la face noire soit visible :

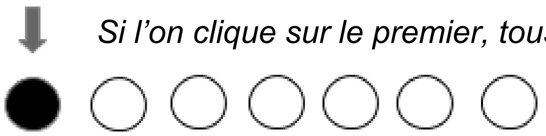


Quand on appuie sur un jeton, les 6 autres jetons (à l'exception de celui sur lequel on appuie) se retournent.

<u>Exemple :</u>
Au départ, on a cette ligne de jetons :



Si l'on clique sur le premier, tous les suivants se retournent et deviennent blancs.



Si, ensuite, on clique sur le deuxième, tous les suivants se retournent et deviennent noirs, tandis que le premier redevient blanc.

Si, ensuite, on clique de nouveau sur le premier, les autres changent de nouveau de couleur :

Et ainsi de suite !!

Le but du jeu est de réussir à avoir tous les jetons placés face blanche visible !

Noé affirme qu'il va réussir !
Mais son grand frère lui dit qu'il perd son temps, c'est impossible …

Qui a raison ?

Toute une histoire de jetons … petite aide

Essayez de faire ce jeu avec moins de jetons :

→ 2 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 3 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 4 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 5 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez

…

Toute une histoire de jetons … petite aide

Essayez de faire ce jeu avec moins de jetons :

→ 2 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 3 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 4 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 5 jetons : Possible ou impossible ?

…

Toute une histoire de jetons … petite aide

Essayez de faire ce jeu avec moins de jetons :

→ 2 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 3 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 4 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez.

→ 5 jetons : Possible ou impossible ? Expliquez

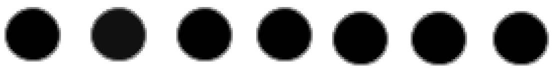
…

Fiche professeur : Toute une histoire de jetons

Énigme :

7 jetons ont un côté noir et l'autre blanc.

Au départ, tous les jetons sont placés en sorte que seule la face noire soit visible :



Quand on appuie sur un jeton, les 6 autres jetons (à l'exception de celui sur lequel on appuie) changent de côté.

Le but du jeu est de réussir à avoir tous les jetons placés face blanche visible.

Est-ce possible ?

Réponse : Si, parmi les jetons retournés, il y a *n* jetons noirs et *b* jetons blancs, on a $n + b = 6$, et donc *n* et *b* ont la même parité.

Après retournement, il y a *n* jetons blancs et *b* jetons noirs, donc le nombre de jetons noirs garde la même parité.

Comme au départ il y a 7 jetons noirs, le nombre de jetons noirs restera impair.

Il ne pourra donc pas en rester 0 à la fin.

Matériel :

Des jetons d'Othello peuvent permettre aux élèves d'essayer : on répartit les élèves par petits groupes pour confronter leurs idées avec 7 jetons par groupe.