La divergence de la série harmonique selon Nicole Oresme

On appelle *série harmonique* la suite définie par son premier terme 1 et la relation de récurrence :

Pour tout entier $n \geq 1, u_{n+1} = u_n + \frac{1}{n+1}$

En utilisant des … on écrit : $u_{n+1} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$

Idée de Nicole Oresme, dans *Questiones super geometriam euclidis* (fragments retrouvés dans les années 1950 dans les caves de la bibliothèque du Vatican) : faire des paquets de 1, 2, 4, 8, 16, etc. termes consécutifs :

$$u_{n+1} = 1 + \underbrace{\frac{1}{2}}_{\geq \frac{1}{2}} + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{\geq \frac{1}{2}} + \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}}_{\geq \frac{1}{2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^p + 1} + \cdots + \frac{1}{2^{p+1}}}_{\geq \frac{1}{2}} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$$

....

Pour dépasser une somme donnée S, il suffit d'additionner $2(S-1)$ paquets, donc tout nombre donné peut être dépassé.