Enseignement spécifique et de spécialité de mathématiques de la série scientifique - classe terminale

NOR : MENE1119473A
arrêté du 12-7-2011 - J.O. du 20-9-2011
MEN - DGESCO A3-1

Vu code de l'éducation ; arrêté du 27-1-2010 modifié ; avis du CSE du 9-6-2011

Article 1 - Le programme de l'enseignement spécifique et de spécialité de mathématiques en classe terminale de la série scientifique est fixé conformément à l'annexe du présent arrêté.

Article 2 - Les dispositions du présent arrêté entrent en application à la rentrée de l'année scolaire 2012-2013.

Article 3 - L'arrêté du 20 juillet 2001 fixant le programme de l'enseignement de mathématiques en classe terminale de la série scientifique est abrogé à compter de la rentrée de l'année scolaire 2012-2013.

Article 4 - Le directeur général de l'enseignement scolaire est chargé de l'exécution du présent arrêté qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 12 juillet 2011

Pour le ministre de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative
et par délégation,
Le directeur général de l'enseignement scolaire,
Jean-Michel Blanquer

Annexe

Programme

Annexe
Programme de l'enseignement spécifique et de spécialité de mathématiques
Classe terminale de la série scientifique

L'enseignement des mathématiques au collège et au lycée a pour but de donner à chaque élève la culture mathématique indispensable pour sa vie de citoyen et les bases nécessaires à son projet de poursuite d'études.
Le cycle terminal de la série S procure un bagage mathématique solide aux élèves désireux de s'engager dans des études supérieures scientifiques, en les formant à la pratique d'une démarche scientifique et en renforçant leur goût pour des activités de recherche.
L'apprentissage des mathématiques cultive des compétences qui facilitent une formation tout au long de la vie et aident à mieux appréhender une société en évolution. Au-delà du cadre scolaire, il s'inscrit dans une perspective de formation de l'individu.

Objectif général

Outre l'apport de nouvelles connaissances, le programme vise le développement des compétences suivantes :
- mettre en œuvre une recherche de façon autonome ;
- mener des raisonnements ;
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus ;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

Raisonnement et langage mathématiques

Comme en classe de seconde, les capacités d'argumentation, de rédaction d'une démonstration et de logique font partie intégrante des exigences du cycle terminal.

Les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique ne font pas l'objet de cours spécifiques mais prennent naturellement leur place dans tous les champs du programme. Il importe toutefois de prévoir des moments d'institutionnalisation de certains concepts ou types de raisonnement, après que ceux-ci ont été rencontrés plusieurs fois en situation.

De même, le vocabulaire et les notations mathématiques ne sont pas fixés d'emblée, mais sont introduits au cours du traitement d'une question en fonction de leur utilité.

Il convient de prévoir des temps de synthèse, l'objectif étant que ces éléments soient maîtrisés en fin de cycle terminal.

Utilisation d'outils logiciels

L'utilisation de logiciels, d'outils de visualisation et de simulation, de calcul (formel ou scientifique) et de programmation change profondément la nature de l'enseignement en favorisant une démarche d'investigation.

En particulier lors de la résolution de problèmes, l'utilisation de logiciels de calcul formel limite le temps consacré à des calculs très techniques afin de se concentrer sur la mise en place de raisonnements.

L'utilisation de ces outils intervient selon trois modalités :
- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors de la classe.

Diversité de l'activité de l'élève

Les activités proposées en classe et hors du temps scolaire prennent appui sur la résolution de problèmes purement mathématiques ou issus d'autres disciplines. De nature diverse, elles doivent entraîner les élèves à :
- chercher, expérimenter, modéliser, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- choisir et appliquer des techniques de calcul ;
- mettre en œuvre des algorithmes ;
- raisonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
- expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit.

Des éléments d'épistémologie et d'histoire des mathématiques s'insèrent naturellement dans la mise en œuvre du programme. Connaître le nom de quelques mathématiciens célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique. La présentation de textes historiques aide à comprendre la genèse et l'évolution de certains concepts.

Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, les travaux hors du temps scolaire contribuent à la formation des élèves et sont absolument essentiels à leur progression. Ils sont conçus de façon à prendre en compte la diversité et l'hétérogénéité de leurs aptitudes.

Les modes d'évaluation prennent également des formes variées, en phase avec les objectifs poursuivis. En particulier, l'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes est à évaluer.

Organisation du programme

Le programme fixe les objectifs à atteindre en termes de capacités. Il est conçu pour favoriser une acquisition progressive des notions et leur pérennisation. Son plan n'indique pas la progression à suivre.

À titre indicatif, on pourrait consacrer la moitié du temps à l'analyse, l'autre moitié se répartissant équitablement entre géométrie et probabilités-statistique.

Les capacités attendues indiquent un niveau minimal de maîtrise des contenus en fin de cycle terminal. La formation ne s'y limite pas.

Les capacités attendues dans le domaine de l'algorithmique d'une part et du raisonnement d'autre part sont rappelées en fin de programme. Elles doivent être exercées à l'intérieur de chaque champ du programme.

Plusieurs démonstrations, ayant valeur de modèle, sont repérées par le symbole ▣. Certaines sont exigibles et correspondent à des capacités attendues.

De même, les activités de type algorithmique sont signalées par le symbole ◇.

Les commentaires notés ⇆ distinguent des thèmes pouvant se prêter à des ouvertures interdisciplinaires, en concertation avec les professeurs d'autres disciplines scientifiques.

Quelques propositions d'approfondissement, destinées à des activités dans le cadre de l'accompagnement personnalisé, figurent en italique avec la mention (AP).

1. Analyse

Comme dans les classes précédentes, l'activité mathématique est motivée par la résolution de problèmes. L'un des objectifs du programme est de permettre à l'élève, par une consolidation et un enrichissement des notions relatives aux suites et aux fonctions, d'étudier un plus grand nombre de phénomènes discrets ou continus.

La notion de limite de suite fait l'objet d'une étude approfondie. On prépare ainsi la présentation des limites de fonctions.
L'ensemble des fonctions mobilisables est élargi par l'introduction des fonctions exponentielle, logarithme, sinus et cosinus. La fonction exponentielle intervenant dans différents champs du programme, il est souhaitable de l'introduire assez tôt dans l'année.
Enfin, s'ajoute le nouveau concept d'intégration qui, bien que modestement abordé et développé, demeure un concept fondamental de l'analyse.

L'acquisition d'automatismes de calcul demeure un objectif du programme, cependant, dans le cadre de la résolution de problèmes, on a recours si besoin à un logiciel de calcul formel ou scientifique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Suites		
Raisonnement par récurrence.	• Savoir mener un raisonnement par récurrence.	Ce type de raisonnement intervient tout au long de l'année et pas seulement dans le cadre de l'étude des suites.
Limite finie ou infinie d'une suite.	◇ Dans le cas d'une limite infinie, étant donnés une suite croissante (u_n) et un nombre réel A, déterminer à l'aide d'un algorithme un rang à partir duquel u_n est supérieur à A.	Pour exprimer que u_n tend vers l quand n tend vers $+\infty$, on dit que : « tout intervalle ouvert contenant l contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang ». Pour exprimer que u_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$, on dit que : « tout intervalle de la forme $\left]A,+\infty\right[$ contient toutes les valeurs u_n à partir d'un certain rang ». Comme en classe de première, il est important de varier les approches et les outils sur lesquels le raisonnement s'appuie. On présente des exemples de suites qui n'ont pas de limite.
Limites et comparaison.	▣ Démontrer que si (u_n) et (v_n) sont deux suites telles que : - u_n est inférieur ou égal à v_n à partir d'un certain rang ; - u_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$; alors v_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.	▣ On démontre que si une suite est croissante et admet pour limite l, alors tous les termes de la suite sont inférieurs ou égaux à l. Le théorème dit « des gendarmes » est admis.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Opérations sur les limites. Comportement à l'infini de la suite (q^n), q étant un nombre réel. Suite majorée, minorée, bornée.	• Étudier la limite d'une somme, d'un produit ou d'un quotient de deux suites. ▣ Démontrer que la suite (q^n), avec $q > 1$, a pour limite $+\infty$. • Déterminer la limite éventuelle d'une suite géométrique. • Utiliser le théorème de convergence des suites croissantes majorées.	 On démontre par récurrence que pour a réel strictement positif et tout entier naturel n : $(1+a)^n \geq 1+na$. On peut étudier des situations où intervient la limite de la somme des premiers termes d'une suite géométrique. Ce théorème est admis. ▣ Il est intéressant de démontrer qu'une suite croissante non majorée a pour limite $+\infty$. Des exemples de suites récurrentes, en particulier arithmético-géométriques, sont traités en exercice. ◇ Des activités algorithmiques sont menées dans ce cadre. (AP) *Approximations de réels (π, e, nombre d'or, etc.).*
Limites de fonctions Limite finie ou infinie d'une fonction à l'infini. Limite infinie d'une fonction en un point. Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions. Limites et comparaison. Asymptote parallèle à l'un des axes de coordonnées.	 • Déterminer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions. • Déterminer des limites par minoration, majoration et encadrement. • Interpréter graphiquement les limites obtenues.	Le travail réalisé sur les suites est étendu aux fonctions, sans formalisation excessive. L'objectif essentiel est de permettre aux élèves de s'approprier le concept de limite, tout en leur donnant les techniques de base pour déterminer des limites dans les exemples rencontrés en terminale. La composée de deux fonctions est rencontrée à cette occasion, mais sans théorie générale.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Continuité sur un intervalle, théorème des valeurs intermédiaires	• Exploiter le théorème des valeurs intermédiaires dans le cas où la fonction est strictement monotone, pour résoudre un problème donné.	On se limite à une approche intuitive de la continuité et on admet que les fonctions usuelles sont continues par intervalle. On présente quelques exemples de fonctions non continues, en particulier issus de situations concrètes. Le théorème des valeurs intermédiaires est admis. On convient que les flèches obliques d'un tableau de variation traduisent la continuité et la stricte monotonie de la fonction sur l'intervalle considéré. On admet qu'une fonction dérivable sur un intervalle est continue sur cet intervalle. Ce cas particulier est étendu au cas où f est définie sur un intervalle ouvert ou semi-ouvert, borné ou non, les limites de f aux bornes de l'intervalle étant supposées connues. ◇ Des activités algorithmiques sont réalisées dans le cadre de la recherche de solutions de l'équation $f(x)=k$.
Calculs de dérivées : compléments	• Calculer les dérivées des fonctions : $x \mapsto \sqrt{u(x)}$; $x \mapsto (u(x))^n$, n entier relatif non nul ; $x \mapsto \mathrm{e}^{u(x)}$; $x \mapsto \ln(u(x))$. • Calculer la dérivée d'une fonction $x \mapsto f(ax+b)$ où f est une fonction dérivable, a et b deux nombres réels.	À partir de ces exemples, on met en évidence une expression unifiée de la dérivée de la fonction $x \mapsto f(u(x))$, mais sa connaissance n'est pas une capacité attendue. Les techniques de calcul sont à travailler mais ne doivent pas être un frein à la résolution de problèmes. On a recours si besoin à un logiciel de calcul formel. AP *Exemples de fonctions discontinues, ou à dérivées non continues.*

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonctions sinus et cosinus	• Connaître la dérivée des fonctions sinus et cosinus. • Connaître quelques propriétés de ces fonctions, notamment parité et périodicité. • Connaître les représentations graphiques de ces fonctions.	On fait le lien entre le nombre dérivé de la fonction sinus en 0 et la limite en 0 de $\frac{\sin x}{x}$. En dehors des exemples étudiés, aucun développement n'est attendu sur les notions de périodicité et de parité. On fait le lien entre les résultats obtenus en utilisant le cercle trigonométrique et les représentations graphiques des fonctions $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$. ⇆ [SPC] Ondes progressives sinusoïdales, oscillateur mécanique.
Fonction exponentielle Fonction $x \mapsto \exp(x)$. Relation fonctionnelle, notation e^x.	◙ Démontrer l'unicité d'une fonction dérivable sur **R**, égale à sa dérivée et qui vaut 1 en 0. ◙ Démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = 0$. • Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture. • Connaître le sens de variation et la représentation graphique de la fonction exponentielle. • Connaître et exploiter $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^x = 0$.	La fonction exponentielle est présentée comme l'unique fonction f dérivable sur **R** telle que : $f' = f$ et $f(0) = 1$. L'existence est admise. On étudie des exemples de fonctions de la forme $x \mapsto \exp(u(x))$, notamment avec $u(x) = -kx$ ou $u(x) = -kx^2$ ($k > 0$), qui sont utilisées dans des domaines variés. On fait le lien entre le nombre dérivé de la fonction exponentielle en 0 et la limite en 0 de $\frac{\mathrm{e}^x - 1}{x}$. ⇆ [SPC et SVT] Radioactivité. (AP) *Étude de phénomènes d'évolution.*

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonction logarithme népérien Fonction $x \mapsto \ln x$.	• Connaître le sens de variation, les limites et la représentation graphique de la fonction logarithme népérien.	On peut introduire la fonction logarithme népérien grâce aux propriétés de la fonction exponentielle ou à partir de l'équation fonctionnelle.
Relation fonctionnelle, dérivée.	• Utiliser, pour a réel strictement positif et b réel, l'équivalence $\ln a = b \Leftrightarrow a = \mathrm{e}^b$. • Utiliser la relation fonctionnelle pour tansformer une écriture. • Connaître et exploiter $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$.	On souligne dans les cadres algébrique et graphique que les fonctions logarithme népérien et exponentielle sont réciproques l'une de l'autre. Tout développement théorique sur les fonctions réciproques est exclu. On fait le lien entre le nombre dérivé de la fonction logarithme en 1 et la limite en 0 de $\dfrac{\ln(1+x)}{x}$. On évoque la fonction logarithme décimal pour son utilité dans les autres disciplines. ⇆ [SI] Gain lié à une fonction de transfert. ⇆ [SPC] Intensité sonore, magnitude d'un séisme, échelle des pH. (AP) *Équations fonctionnelles.*
Intégration Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a,b]$ comme aire sous la courbe. Notation $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. Théorème : si f est une fonction continue et positive sur $[a,b]$, la fonction F définie sur $[a,b]$ par $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est dérivable sur $[a, b]$ et a pour dérivée f.		On s'appuie sur la notion intuitive d'aire rencontrée au collège et sur les propriétés d'additivité et d'invariance par translation et symétrie. On peut mener un calcul approché d'aire (parabole, hyperbole, etc.) pour illustrer cette définition. ▣ Il est intéressant de présenter le principe de la démonstration du théorème dans le cas où f est positive et croissante.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Primitive d'une fonction continue sur un intervalle.	• Déterminer des primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées. • Connaître et utiliser les primitives de $u' e^u$, $u'u^n$ (n entier relatif, différent de -1) et, pour u strictement positive, $\frac{u'}{\sqrt{u}}$, $\frac{u'}{u}$.	Une primitive F de la fonction continue et positive f étant connue, on a : $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.
Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.		▣ Il est intéressant de démontrer ce théorème dans le cas d'un intervalle fermé borné, en admettant que la fonction a un minimum. On admet le cas général. On fait observer que certaines fonctions comme $x \mapsto \exp(-x^2)$ n'ont pas de primitive « explicite ».
Intégrale d'une fonction continue de signe quelconque. Linéarité, positivité, relation de Chasles. Valeur moyenne.	• Calculer une intégrale. • Utiliser le calcul intégral pour déterminer une aire. • Encadrer une intégrale. ◇ Pour une fonction monotone positive, mettre en œuvre un algorithme pour déterminer un encadrement d'une intégrale.	La formule $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$, établie pour une fonction continue et positive, est étendue au cas d'une fonction continue de signe quelconque. L'intégration par parties n'est pas un attendu du programme. La notion de valeur moyenne est illustrée par des exemples issus d'autres disciplines. ⇆ [SPC] Mouvement uniformément accéléré. ⇆ [SI] Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique. AP *Calcul du volume d'un solide.*

2. Géométrie

Nombres complexes

En classe terminale, les nombres complexes sont vus essentiellement comme constituant un nouvel ensemble de nombres avec ses opérations propres. Cette introduction s'inscrit dans la perspective d'un approfondissement lors d'une poursuite d'études.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Forme algébrique, conjugué. Somme, produit, quotient.	• Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes.	On introduit dans ce chapitre des éléments lui donnant une dimension historique.
Équation du second degré à coefficients réels.	• Résoudre dans **C** une équation du second degré à coefficients réels.	
Représentation géométrique.	• Représenter un nombre complexe par un point ou un vecteur.	Le plan est muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\vec{u},\vec{v})$.
Affixe d'un point, d'un vecteur.	• Déterminer l'affixe d'un point ou d'un vecteur.	
Forme trigonométrique : - module et argument, interprétation géométrique dans un repère orthonormé direct ; - notation exponentielle.	• Passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement. • Connaître et utiliser la relation $z\bar{z}=\lvert z\rvert^2$. • Effectuer des opérations sur les nombres complexes écrits sous différentes formes.	La notation exponentielle est introduite après avoir montré que la fonction $\theta \mapsto \cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta$ vérifie la même relation fonctionnelle que la fonction exponentielle. Les nombres complexes permettent de mémoriser les formules trigonométriques d'addition et de duplication vues en première. ⇆ [SI] Analyse fréquentielle d'un système.

Géométrie dans l'espace

Dans cette partie, il s'agit, d'une part de renforcer la vision dans l'espace entretenue en classe de première, d'autre part de faire percevoir toute l'importance de la notion de direction de droite ou de plan.
La décomposition d'un vecteur d'un plan suivant deux vecteurs non colinéaires de ce plan, puis celle d'un vecteur de l'espace suivant trois vecteurs non coplanaires, sensibilisent aux concepts de liberté et de dépendance en algèbre linéaire.
Le repérage permet à la fois de placer des objets dans l'espace et de se donner un moyen de traiter des problèmes d'intersection d'un point de vue algébrique. Le concept d'orthogonalité, une fois exprimé en termes de coordonnées dans un repère orthonormé, fournit un outil pour une caractérisation simple des plans de l'espace.

L'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier des problèmes d'intersection de droites et de plans, en choisissant un cadre adapté, vectoriel ou non, repéré ou non.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Droites et plans		
Positions relatives de droites et de plans : intersection et parallélisme.	• Étudier les positions relatives de droites et de plans.	Le cube est une figure de référence pour la représentation des positions relatives de droites et de plans.
Orthogonalité : - de deux droites ; - d'une droite et d'un plan.	• Établir l'orthogonalité d'une droite et d'un plan.	On étudie quelques exemples de sections planes du cube. Ce travail est facilité par l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique.
Géométrie vectorielle		
Caractérisation d'un plan par un point et deux vecteurs non colinéaires.		On étend à l'espace la notion de vecteur et les opérations associées. On fait observer que des plans dirigés par le même couple de vecteurs non colinéaires sont parallèles. ◙ Il est intéressant de présenter la démonstration du théorème dit « du toit ».
Vecteurs coplanaires. Décomposition d'un vecteur en fonction de trois vecteurs non coplanaires.	• Choisir une décomposition pertinente dans le cadre de la résolution de problèmes d'alignement ou de coplanarité.	On fait percevoir les notions de liberté et de dépendance.
Repérage. Représentation paramétrique d'une droite.	• Utiliser les coordonnées pour : - traduire la colinéarité ; - caractériser l'alignement ; - déterminer une décomposition de vecteurs.	On ne se limite pas à des repères orthogonaux. La caractérisation d'un plan par un point et deux vecteurs non colinéaires conduit à une représentation paramétrique de ce plan. ⇆ [SI] Cinématique et statique d'un système en mécanique.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Produit scalaire		
Produit scalaire de deux vecteurs dans l'espace : définition, propriétés.		On étend aux vecteurs de l'espace la définition du produit scalaire donnée dans le plan.
Vecteur normal à un plan. Équation cartésienne d'un plan.	• Déterminer si un vecteur est normal à un plan. ▣ Caractériser les points d'un plan de l'espace par une relation $ax+by+cz+d=0$ avec a, b, c trois nombres réels non tous nuls. • Déterminer une équation cartésienne d'un plan connaissant un point et un vecteur normal. • Déterminer un vecteur normal à un plan défini par une équation cartésienne. ▣ Démontrer qu'une droite est orthogonale à toute droite d'un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan. • Choisir la forme la plus adaptée entre équation cartésienne et représentation paramétrique pour : - déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan ; - étudier la position relative de deux plans.	On caractérise vectoriellement l'orthogonalité de deux droites et on introduit la notion de plans perpendiculaires. AP *Perpendiculaire commune à deux droites non coplanaires.* *Intersection de trois plans.*

3. Probabilités et statistique

On approfondit le travail en probabilités et statistique mené les années précédentes.
Afin de traiter les champs de problèmes associés aux données continues, on introduit les lois de probabilité à densité. Le programme en propose quelques exemples et, en particulier, la loi normale qui permet notamment d'initier les élèves à la statistique inférentielle par la détermination d'un intervalle de confiance pour une proportion à un niveau de confiance de 95 %.
Cette partie se prête particulièrement à l'étude de problèmes issus d'autres disciplines.
Le recours aux représentations graphiques et aux simulations est indispensable.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Conditionnement, indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$.	• Construire un arbre pondéré en lien avec une situation donnée. • Exploiter la lecture d'un arbre pondéré pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.	On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau. On énonce et on justifie les règles de construction et d'utilisation des arbres pondérés. Un arbre pondéré correctement construit constitue une preuve. Le vocabulaire lié à la formule des probabilités totales n'est pas un attendu du programme, mais la mise en œuvre de cette formule doit être maîtrisée.
Indépendance de deux événements.	▣ Démontrer que si deux événements A et B sont indépendants, alors il en est de même pour $\overline{A}$ et B.	Cette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations concrètes. ◇ Des activités algorithmiques sont menées dans ce cadre, notamment pour simuler une marche aléatoire. ⇆ [SVT] Hérédité, génétique, risque génétique.
Notion de loi à densité à partir d'exemples Loi à densité sur un intervalle.		Les exemples étudiés s'appuient sur une expérience aléatoire et un univers associé Ω, muni d'une probabilité. On définit alors une variable aléatoire X, fonction de Ω dans **R**, qui associe à chaque issue un nombre réel d'un intervalle I de **R**. On admet que X satisfait aux conditions qui permettent de définir la probabilité de l'événement $\{X \in J\}$ comme aire du domaine : $\{M(x, y) \,;\, x \in J \text{ et } 0 \le y \le f(x)\}$ où f désigne la fonction de densité de la loi et J un intervalle inclus dans I. Toute théorie générale des lois à densité et des intégrales sur un intervalle non borné est exclue.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Loi uniforme sur $[a,b]$. Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme.	• Connaître la fonction de densité de la loi uniforme sur $[a,b]$.	L'instruction « nombre aléatoire » d'un logiciel ou d'une calculatrice permet d'introduire la loi uniforme sur $[0,1]$. La notion d'espérance d'une variable aléatoire à densité f sur $[a,b]$ est introduite à cette occasion par $\mathrm{E}(X)=\int_a^b t\,f(t)\,\mathrm{d}t$. On note que cette définition constitue un prolongement dans le cadre continu de l'espérance d'une variable aléatoire discrète. AP *Méthode de Monte-Carlo.*
Lois exponentielles.	• Calculer une probabilité dans le cadre d'une loi exponentielle.	◙ On démontre qu'une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle vérifie la propriété de durée de vie sans vieillissement : pour tous réels t et h positifs, $P_{T\geq t}(T\geq t+h)=P(T\geq h)$.
Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.	◙ Démontrer que l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ est $\frac{1}{\lambda}$.	L'espérance est définie comme la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\int_0^x t\,f(t)\,\mathrm{d}t$ où f est la fonction de densité de la loi exponentielle considérée. Cette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations concrètes, par exemple sur la radioactivité ou la durée de fonctionnement d'un système non soumis à un phénomène d'usure.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$. Théorème de Moivre Laplace (admis).	• Connaître la fonction de densité de la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$ et sa représentation graphique. ▣ Démontrer que pour $\alpha \in]0,1[$, il existe un unique réel positif u_α tel que $P(-u_\alpha \leq X \leq u_\alpha) = 1-\alpha$ lorsque X suit la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$. • Connaître les valeurs approchées $u_{0,05} \approx 1{,}96$ et $u_{0,01} \approx 2{,}58$.	Pour introduire la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$, on s'appuie sur l'observation des représentations graphiques de la loi de la variable aléatoire $Z_n = \dfrac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$ où X_n suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$, et cela pour de grandes valeurs de n et une valeur de p fixée entre 0 et 1. Le théorème de Moivre Laplace assure que pour tous réels a et b, $P(Z_n \in [a,b])$ tend vers $\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}} \mathrm{d}x$ lorsque n tend vers $+\infty$. L'espérance d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{N}(0,1)$ est définie par $\lim\limits_{x\to-\infty} \int_x^0 t\,f(t)\mathrm{d}t + \lim\limits_{y\to+\infty} \int_0^y t\,f(t)\mathrm{d}t$ où f désigne la densité de cette loi. On peut établir qu'elle vaut 0. On admet que la variance, définie par $\mathrm{E}\left((X - \mathrm{E}(X))^2\right)$, vaut 1.
Loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ d'espérance μ et d'écart-type σ.	• Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre d'une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. • Connaître une valeur approchée de la probabilité des événements suivants : $\{X \in [\mu-\sigma, \mu+\sigma]\}$, $\{X \in [\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]\}$ et $\{X \in [\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]\}$, lorsque X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.	Une variable aléatoire X suit une loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ si $\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$. On fait percevoir l'information apportée par la valeur de l'écart-type. ⇆ [SI et SPC] Mesures physiques sur un système réel en essai. La connaissance d'une expression algébrique de la fonction de densité de la loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ n'est pas un attendu du programme. On illustre ces nouvelles notions par des exemples issus des autres disciplines.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Intervalle de fluctuation	▣ Démontrer que si la variable aléatoire X_n suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$, alors, pour tout α dans $]0,1[$ on a, $\lim_{n\to+\infty} P\left(\frac{X_n}{n} \in I_n\right) = 1-\alpha$, où I_n désigne l'intervalle $\left[p-u_\alpha\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}, p+u_\alpha\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$. • Connaître l'intervalle de fluctuation asymptotique(*) au seuil de 95 % : $\left[p-1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}, p+1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$ où p désigne la proportion dans la population.	La démonstration ci-contre donne l'expression d'un intervalle de fluctuation asymptotique(*) au seuil $1-\alpha$ de la variable aléatoire fréquence $F_n = \frac{X_n}{n}$ qui, à tout échantillon de taille n, associe la fréquence obtenue f. Avec les exigences usuelles de précision, on pratique cette approximation dès que $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$. En majorant $1{,}96\sqrt{p(1-p)}$, on retrouve l'intervalle de fluctuation présenté en classe de seconde. La problématique de prise de décision, déjà rencontrée, est travaillée à nouveau avec l'intervalle de fluctuation asymptotique.
Estimation Intervalle de confiance (*). Niveau de confiance.	• Estimer par intervalle une proportion inconnue à partir d'un échantillon. • Déterminer une taille d'échantillon suffisante pour obtenir, avec une précision donnée, une estimation d'une proportion au niveau de confiance 0,95.	Les attendus de ce paragraphe sont modestes et sont à exploiter en lien avec les autres disciplines. ▣ Il est intéressant de démontrer que, pour une valeur de p fixée, l'intervalle $\left[F_n - \frac{1}{\sqrt{n}}, F_n + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ contient, pour n assez grand, la proportion p avec une probabilité au moins égale à 0,95. On énonce alors que p est élément de l'intervalle $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ avec un niveau de confiance de plus de 95 %, où f désigne la fréquence observée sur un échantillon de taille n. Avec les exigences usuelles de précision, on utilise cet intervalle dès que $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$. La simulation de sondages sur tableur permet de sensibiliser aux fourchettes de sondage.

		Il est important de noter que, dans d'autres champs, on utilise l'intervalle $\left[f-1{,}96\frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}}, f+1{,}96\frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}}\right]$ qu'il n'est pas possible de justifier dans ce programme. ⇆ [SVT] Analyse de graphiques où les données sont fournies par des intervalles de confiance. AP *Prise de décision lors de la comparaison de deux proportions (par exemple lors d'un essai thérapeutique).*

(*)Avec les notations précédentes :

Un intervalle de fluctuation asymptotique de la variable aléatoire F_n au seuil $1-\alpha$ est un intervalle déterminé à partir de p et de n et qui contient F_n avec une probabilité d'autant plus proche de $1-\alpha$ que n est grand.

Un intervalle de confiance pour une proportion p à un niveau de confiance $1-\alpha$ est la réalisation, à partir d'un échantillon, d'un intervalle aléatoire contenant la proportion p avec une probabilité supérieure ou égale à $1-\alpha$, intervalle aléatoire déterminé à partir de la variable aléatoire fréquence F_n qui, à tout échantillon de taille n, associe la fréquence.
Les intervalles de confiance considérés ici sont centrés en la fréquence observée f .

Algorithmique

En seconde, les élèves ont conçu et mis en œuvre quelques algorithmes. Cette formation se poursuit tout au long du cycle terminal.

Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés à :
- décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;
- en réaliser quelques-uns à l'aide d'un tableur ou d'un programme sur calculatrice ou avec un logiciel adapté ;
- interpréter des algorithmes plus complexes.

Aucun langage, aucun logiciel n'est imposé.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme (analyse, géométrie, statistiques et probabilités, logique) mais aussi avec les autres disciplines ou le traitement de problèmes concrets.
À l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle.

Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie) Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables : • d'écrire une formule permettant un calcul ; • d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction, ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.
Boucle et itérateur, instruction conditionnelle Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables de : • programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ; • programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

Notations et raisonnement mathématiques

Cette rubrique, consacrée à l'apprentissage des notations mathématiques et à la logique, ne doit pas faire l'objet de séances de cours spécifiques, mais doit être répartie sur toute l'année scolaire.

En complément des objectifs rappelés ci-dessous, le travail sur la notion d'équivalence doit naturellement être poursuivi (propriété caractéristique, raisonnement par équivalence) et l'on introduit le raisonnement par récurrence.

Notations mathématiques

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants: $\in$, $\subset$, $\cup$, $\cap$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un ensemble A, on utilise la notation des probabilités $\overline{A}$.

Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves sont entraînés sur des exemples à :

- utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et à distinguer leur sens des sens courants de « et », « ou » dans le langage usuel ;
- utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel (les symboles $\forall$, $\exists$ ne sont pas exigibles) et à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;
- distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;
- utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
- formuler la négation d'une proposition ;
- utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.

Enseignement de spécialité

L'enseignement de spécialité prend appui sur la résolution de problèmes. Cette approche permet une introduction motivée des notions mentionnées dans le programme.

Plusieurs exemples de problèmes sont donnés à titre indicatif. L'étude des situations envisagées dans le cadre de cet enseignement conduit à un travail de modélisation et place les élèves en position de recherche.

Les thèmes abordés sont particulièrement propices à l'utilisation des outils informatiques (logiciels de calcul, tableur) et à la mise en œuvre d'algorithmes.

Le niveau d'approfondissement des notions est guidé par les besoins rencontrés dans la résolution des problèmes traités.

Arithmétique

Les problèmes étudiés peuvent notamment être issus de la cryptographie ou relever directement de questions mathématiques, par exemple à propos des nombres premiers.

Exemples de problèmes	Contenus
Problèmes de codage (codes barres, code ISBN, clé du Rib, code Insee Problèmes de chiffrement (chiffrement affine, chiffrement de Vigenère, chiffrement de Hill).	• Divisibilité dans **Z**. • Division euclidienne. • Congruences dans **Z**. • PGCD de deux entiers. • Entiers premiers entre eux. • Théorème de Bézout. • Théorème de Gauss.
Questionnement sur les nombres premiers : infinitude, répartition, tests de primalité, nombres premiers particuliers (Fermat, Mersenne, Carmichaël). Sensibilisation au système cryptographique RSA.	• Nombres premiers. • Existence et unicité de la décomposition en produit de facteurs premiers.

Matrices et suites

Il s'agit d'étudier des exemples de processus discrets, déterministes ou stochastiques, à l'aide de suites ou de matrices. On introduit le calcul matriciel sur des matrices d'ordre 2. Les calculs sur des matrices d'ordre 3 ou plus sont essentiellement effectués à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.

Exemples de problèmes	Contenus
Marche aléatoire simple sur un graphe à deux ou trois sommets. Marche aléatoire sur un tétraèdre ou sur un graphe à N sommets avec saut direct possible d'un sommet à un autre : à chaque instant, le mobile peut suivre les arêtes du graphe probabiliste ou aller directement sur n'importe quel sommet avec une probabilité constante p . Etude du principe du calcul de la pertinence d'une page web. Modèle de diffusion d'Ehrenfest : N particules sont réparties dans deux récipients ; à chaque instant, une particule choisie au hasard change de récipient. Modèle proie prédateur discrétisé : - évolution couplée de deux suites récurrentes ; - étude du problème linéarisé au voisinage du point d'équilibre.	• Matrices carrées, matrices colonnes : opérations. • Matrice inverse d'une matrice carrée. • Exemples de calcul de la puissance n-ième d'une matrice carrée d'ordre 2 ou 3. • Écriture matricielle d'un système linéaire. • Suite de matrices colonnes (U_n) vérifiant une relation de récurrence du type $U_{n+1} = AU_n + C$: - recherche d'une suite constante vérifiant la relation de récurrence ; - étude de la convergence. • Étude asymptotique d'une marche aléatoire.