



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE



CCF MATHÉMATIQUES

Brevet technicien supérieur

Spécialité : Systèmes Numériques

Épreuve E3

Coefficient : 3

Durée : 55 min

Situation d'évaluation n°1

- La calculatrice est autorisée.
- Vous pouvez utiliser les logiciels mis à votre disposition même si ce n'est pas clairement demandé.
- La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- Sauf mention contraire dans l'énoncé, chaque réponse devra être justifiée.
- Le sujet est composé de deux exercices indépendants.

Thèmes abordés

- Fonctions d'une variable réelle
- Calcul intégral
- Suites numériques
- Probabilités

Dans la suite du document :

- Les appels obligatoires sont indiqués par la mention :

Appeler le professeur pour valider la réponse

ou

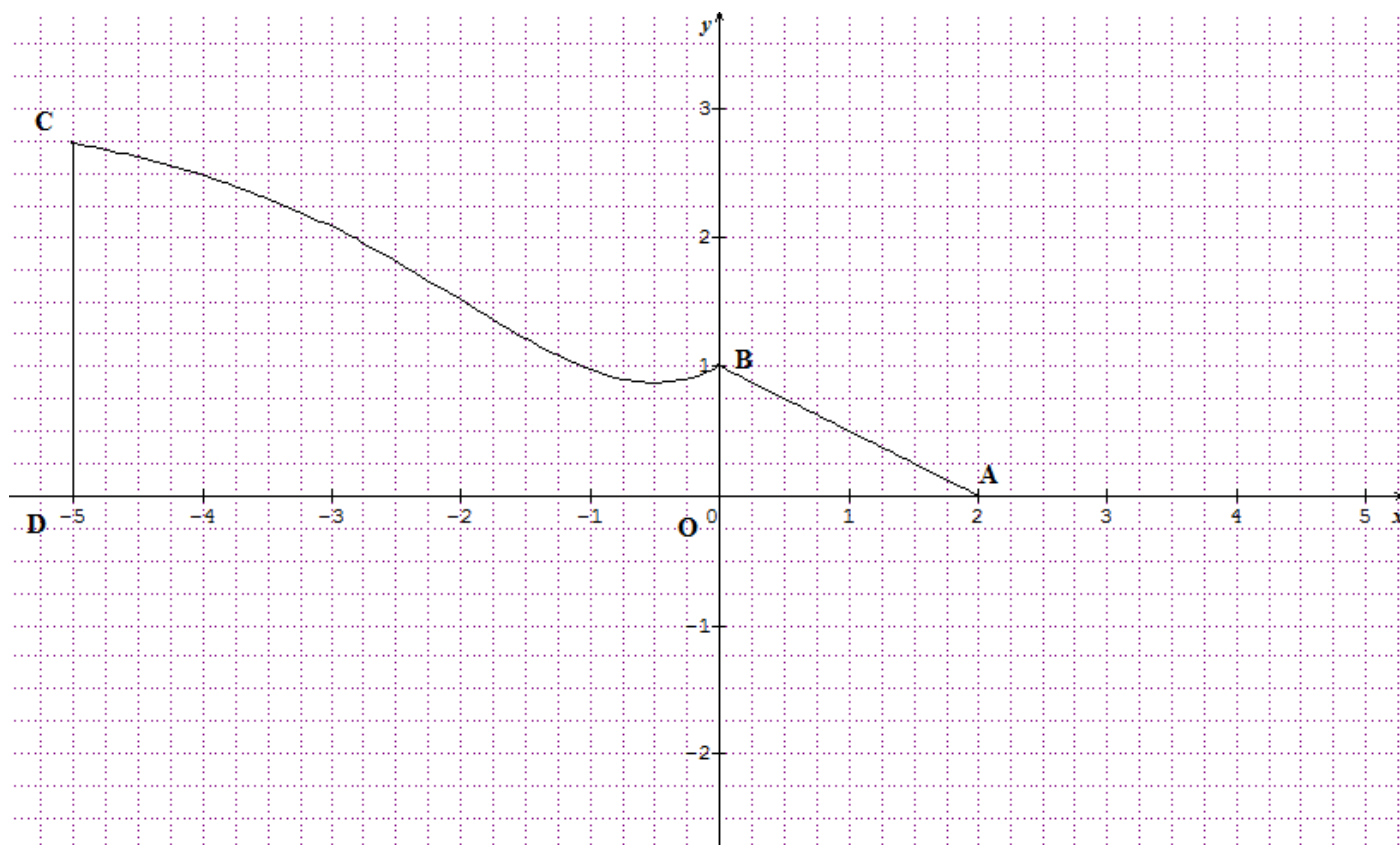
Appeler le professeur pour expliquer la démarche

- La possibilité d'avoir une aide, à n'utiliser qu'en cas de réelles difficultés, est indiquée par la mention :

Aide

Exercice 1

Une société veut fabriquer, en grande série, une pièce métallique d'épaisseur négligeable dont une représentation dans un repère orthonormé (unité : 2cm) est donnée ci-dessous :



Les bords de chaque pièce sont délimités par le segment [AB], un arc de courbe d'extrémités B et C, le segment [CD] et le segment [DA].

Partie A : étude d'une fonction

Ces pièces sont commercialisables uniquement si la contrainte suivante est remplie :

la hauteur minimale de la partie limitée par les points O, B, C et D est supérieure à 1,6 cm.

On admet que l'arc de courbe d'extrémités B et C est modélisé par la fonction f définie par :

$$\text{pour tout } x \in [-5; 0], f(x) = -0,5(2x^2 - 5x + 4)e^x + 3.$$

1. On note f' la dérivée de f . Parmi les trois propositions suivantes, donner celle qui convient :

$f'(x) = e^x(-x^2 - 2x + 1)$	$f'(x) = -0,5e^x(2x^2 - x - 1) + 3$	$f'(x) = -0,5e^x(2x^2 - x - 1)$
------------------------------	-------------------------------------	---------------------------------

2. En déduire les variations de la fonction f sur $[-5; 0]$.
3. La pièce ainsi représentée est-elle commercialisable ?

Appeler le professeur pour valider la réponse

Partie B : calcul d'une aire

L'atelier veut maintenant prévoir le coût de fabrication de cette pièce sachant qu'un cm^2 de matériau coûte 0,5 €.

1. Le segment $[AB]$ est représenté par une fonction affine g .

Donner l'expression de $g(x)$ pour $x \in [0; 2]$. Justifier votre démarche.

2. Calculer la valeur exacte de l'aire, en unité d'aire puis en cm^2 , de la plaque métallique dessinée dans la partie A. En donner une valeur approchée à 0,01 près.

Appeler le professeur pour expliquer la démarche

Aide

3. Si le coût de fabrication d'une pièce ne dépasse pas 36 euros, l'atelier lance la fabrication de la série de pièces. L'atelier lance-t-il la fabrication ?

Exercice 2

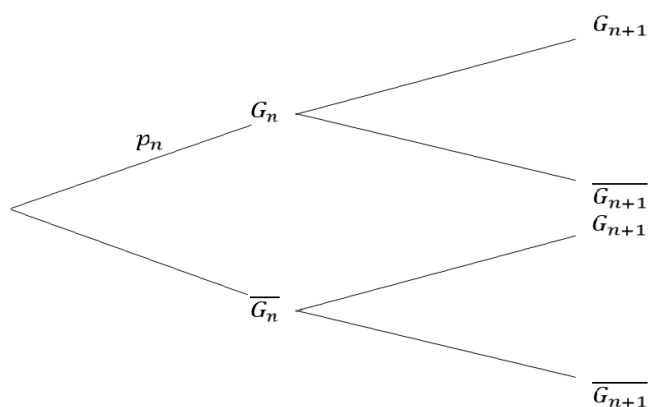
Dans cet exercice, les probabilités demandées seront arrondies à 0,01 près.

Partie A

Une société commercialise un jeu vidéo. Dans ce jeu, le joueur peut effectuer plusieurs parties successives. On admet que, s'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $\frac{2}{5}$ et que, s'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $\frac{1}{5}$.

Pour tout entier naturel n non nul, On note G_n l'événement : " le joueur gagne la n -ième partie " et p_n la probabilité de l'événement G_n .

1. Compléter l'arbre pondéré suivant modélisant cette situation.



Appeler le professeur pour valider la réponse

2. On admet que $p_1 = 0,1$.
Montrer que $p_2 = 0,22$.
3. On admet que, pour tout entier naturel n non nul, $p_n = -\frac{3}{20}\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \frac{1}{4}$.
 - a) Donner la limite de la suite (p_n) .
 - b) Compléter l'algorithme ci-dessous qui détermine le plus petit entier naturel n non nul tel que $\frac{1}{4} - p_n < 10^{-7}$.

Variables	n nombre entier naturel
Initialisation	
	n prend la valeur.....
Traitement	
	Tant que.....
	n prend la valeur
	Fin boucle tant que
Sortie	
	Afficher

- c) Programmer puis exécuter cet algorithme. Quelle valeur affiche l'algorithme ?

Partie B

Cette société réalise une étude de marché sur un nouveau jeu vidéo. Dans ce but, elle souhaite recruter des étudiants. Pour écarter les nombreuses candidatures qui n'ont pas le profil exigé, elle effectue une première sélection en organisant un test écrit noté sur 10 et un entretien. Pour être sélectionné, un candidat doit obtenir une note supérieure à 8 au test écrit et un avis positif à l'entretien.

On note S l'événement : « le candidat est sélectionné ». On admet que $p(S) = 0,12$.

La société propose ces deux épreuves à un échantillon de 30 candidats. On assimile cet échantillon à un échantillon aléatoire non exhaustif.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « exactement trois candidats sont sélectionnés » ;

B : « au moins un candidat est sélectionné ».

Aide

Fin du sujet

Aide exercice 1

A l'aide des résultats donnés ci-dessous par un logiciel de calcul formel, interpréter graphiquement le résultat de la ligne 1.

En déduire la valeur exacte de l'aire de la plaque métallique. En donner une valeur approchée à 0,01 près.

► Calcul formel	
1	Intégrale[-0.5*(2x^2-5x+4)exp(x)+3, -5, 0]
○	→ $\frac{17e^5 + 108}{2e^5}$
2	(17e ⁵ + 108) / (2e ⁵)
○	≈ 8.86
3	8.86

Aide exercice 2

Justifier que la variable aléatoire X qui, à tout échantillon de 30 candidats prélevés au hasard, associe le nombre de candidats sélectionnés suit une loi binomiale dont vous préciserez les paramètres.