RÉGION ACADÉMIQUE
ÎLE-DE-FRANCE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

BTS CPI

Conception de Produits Industriels

Épreuve E3 : Mathématiques

Situation d'évaluation n°1

Établissement : Lycée Robert Doisneau

Ville : Corbeil-Essonnes

Date : / / 2017

Durée : 55 min

Responsable : M DE OLIVEIRA

Nom :

Prénom :

Note : /10

- **Thèmes abordés :**
  - **Etude de fonction**
  - **Evènements indépendants**
  - **Loi binomiale**

- **Outils numériques :**
  - **Calculatrice**
  - **Logiciel de géométrie dynamique (GéoGébra)**
  - **Logiciel de calcul formel (Wxmaxima ou Xcas)**

Le sujet est composé de deux exercices indépendants. Il comporte 3 pages.

L'usage de la calculatrice ou des logiciels installés sur les ordinateurs est autorisé.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Les appels au professeurs mentionnés en gras après certaines questions font partie intégrante de l'évaluation et sont donc obligatoires.

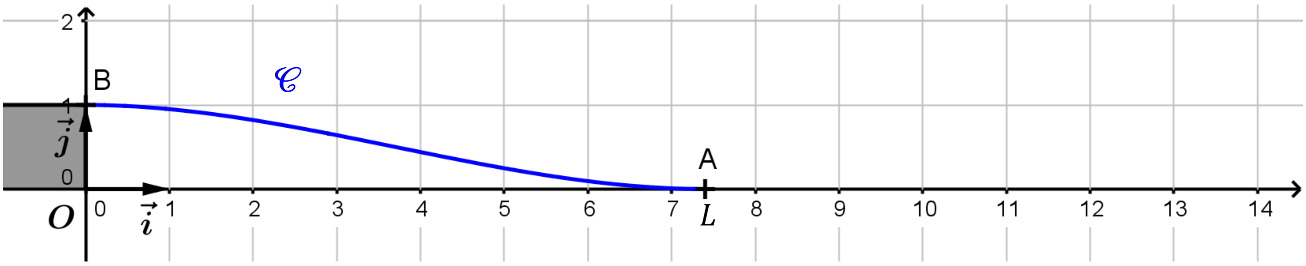
Exercice 1 :

On veut construire une rampe d'accès en pente douce (pour handicapés) permettant de franchir une marche de hauteur 1 m.

On cherche une courbe $\mathscr{C}$ permettant le tracé de la rampe dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ de sorte qu'il n'y ait pas de points anguleux et que la pente maximale de la rampe n'excède pas 10 %.

Soit L un réel strictement positif.

La courbe $\mathscr{C}$ doit être tangente en $\text{A}(\text{L};0)$ à l'axe des abscisses et avoir une tangente parallèle à l'axe des abscisses en $\text{B}(0;1)$.



On cherche la longueur minimale au sol OA de la rampe (longueur L).

On choisit une fonction f, définie sur l'intervalle $[0;L]$, sous la forme :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Partie A :

Q1 **1.** Déterminer les valeurs des coefficients c et d à l'aide du point B.

2. A l'aide du point A, justifier que les valeurs des coefficients a et b sont solutions du système :

Q2
$$\begin{cases} a\text{L}^3 + b\text{L}^2 + 1 = 0 \\ 3a\text{L}^2 + 2bL = 0 \end{cases}$$

Le résoudre à l'aide d'un logiciel de calcul formel.

Appeler le professeur pour vérification

Partie B :

1. Ouvrir le logiciel GéoGébra.

- Créer un curseur L prenant des valeurs entre 0 et 20 d'incrément 0,1.
- Placer A et B.

Q3
- Dans la ligne de saisie, pour tout réel x de l'intervalle $[0;L]$, entrer :

$$f(x) = \frac{2}{L^3}x^3 - \frac{3}{L^2}x^2 + 1$$

- Créer un point M sur la courbe de la fonction f ainsi que la tangente à la courbe au point M en faisant apparaitre sa pente.

2. Conjecturer comment varie la pente en fonction de L, puis la valeur minimale de L pour que la pente

Q4 n'excède pas 10 %.

Appeler le professeur pour exposer votre conjecture

Partie C :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;20]$ par :

$$f(x) = \frac{2}{L^3}x^3 - \frac{3}{L^2}x^2 + 1$$

Q5 **1.** Déterminer $f'(x)$. Etudier les variations de f' sur l'intervalle $[0;20]$.

Q6 **2.** En déduire, à l'aide de L, pour quelle valeur x_0 la pente de la courbe $\mathscr{C}$ est maximum.

Q7 **3.** En déduire la valeur minimale de L pour que la pente n'excède pas 10 %.

Exercice 2 :

Une entreprise fabrique en grande quantité un certain type de pièces pour l'industrie automobile.

Partie A

Ces pièces peuvent présenter deux défauts, pouvant affecter la sécurité, notés A et B.

On prélève au hasard une pièce dans la production d'une journée.

On considère les évènements suivants :

- A : « la pièce prélevée présente le défaut A » ;
- B : « la pièce prélevée présente le défaut B ».

On admet que P(A) = 0,005 et que P(B) = 0,01.

On admet de plus que ces deux évènements A et B sont indépendants.

Q8 1. Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée présente les deux défauts.

Q9 2. Pensez-vous que l'entreprise produit plus, ou moins, de 1,5 % de pièces présentant un défaut ?

Partie B

On note E l'évènement : « une pièce prélevée au hasard dans un stock important présente un défaut pouvant affecter la sécurité ».

On suppose que P(E) = 0,015.

On prélève au hasard 50 pièces dans un stock pour vérification. Le stock est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 50 pièces.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 50 pièces, associe le nombre de pièces de ce prélèvement présentant un défaut pouvant affecter la sécurité.

Q10 1. Déterminer la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X et donner ses paramètres.

Appeler le professeur pour justification

Q11 2. Calculer la probabilité à 10^{-3} près que, dans un tel prélèvement, il y ait au plus deux pièces présentant un défaut pouvant affecter la sécurité.

Q12 3. En déduire la probabilité à 10^{-3} près que, dans un tel prélèvement, il y ait au moins trois pièces présentant un défaut pouvant affecter la sécurité.